

SMALL AND LARGE EARTHQUAKES:
THE EFFECTS OF THE THICKNESS OF SEISMOGENIC LAYER AND THE FREE SURFACE

Kunihiko Shimazaki

Earthquake Research Institute, University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan 113

Abstract. An examination of a set of well-determined source parameters for Japanese intraplate earthquakes shows that small earthquakes obey a scaling law different from large earthquakes: $M_0 \propto L^3$ for small events but $M_0 \propto L^2$ for large events where M_0 is seismic moment and L is rupture length. Also an offset of a factor of 1.5-2.2 in the seismic moment is found at the transition between small and large earthquakes. Since a linear dimension of earthquakes at the transition is comparable to the thickness of the seismogenic layer, the difference in scaling strongly suggests that the fault width for small earthquakes is unbounded while that for large earthquakes is bounded by the thickness of the seismogenic layer. Namely, it implies that $u \propto L \propto W$ for small earthquakes and that $u \propto L$ but $W = \text{constant}$ for large earthquakes where u is slip and W is fault width. Thus we can classify earthquakes into large and small earthquakes according to whether or not an earthquake fault cuts across the entire thickness of the seismogenic layer. The offset in the seismic moment appears to be due to the difference in boundary conditions between buried and surface faults; in a certain idealized case, the amount of dislocation for surface fault is theoretically expected to be twice that of a buried fault if the stress drop is the same for both faults. The effect of the free surface has been overlooked probably because it tends to be masked by the difference in the slopes of the linear relationship between small and large earthquakes. A naive least-square fitting results in $M_0 \propto L^3$ relationship for the whole data set. The maximum likelihood estimate of the parameters and the selection of a statistical model based on the Akaike Information Criterion show that the whole data set is not satisfactorily modeled by one regression line. But it is best modeled by two regression lines, one for large event and another for small event, with the threshold moment of 7.5×10^{25} dyne-cm.

Introduction

Most empirical relationships indicate that the seismic moment is proportional to a cube of the fault length [e.g., Kanamori and Anderson, 1975;

Geller, 1976]. Because the seismic moment M_0 is expressed as a product of the rigidity μ , the fault area S , and the average dislocation u [Aki, 1966] $M_0 = \mu u S$, the empirical scaling relation suggests that both the fault width and slip are proportional to the fault length L for a rectangular fault. However, Wesnousky et al. [1983] obtained a least-square solution $\log M_0 = 1.94 \log L + 23.5$ for 18 well-studied intraplate earthquakes with seismic moment larger than 10^{25} dyne-cm in Japan. This relationship suggests that the seismic moment is proportional to a square of the fault length, which is consistent with Scholz's [1982] L -model in which the slip is proportional to the fault length but the fault width is not. A simple explanation is that the width of an intraplate fault has an upper limit as the faulting is bounded within the seismogenic layer [Scholz, 1982]. In fact, most of the Japanese intraplate events take place within the upper 15 km of the crust [e.g., Oike, 1975; Takagi et al., 1977; Watanabe et al., 1978]. Only in a limited part of the Japanese islands, is found microearthquake activity as deep as 20 km. Thus we can classify Japanese intraplate earthquakes into small and large events according to whether or not an earthquake fault cuts across the entire thickness of the seismogenic layer.

If the interpretation on the scaling relation $M_0 \propto L^2$ for large earthquakes is correct, we can expect that the ordinary scaling rule $M_0 \propto L^3$ holds for smaller earthquakes. In this paper, we will examine this prediction. We will also see some complication at the transition between small and large earthquakes, which suggests an effect of the earth's free surface on seismic dislocation. We use a data set of Japanese intraplate earthquakes because the fault length of moderate-sized earthquakes have been accurately estimated on the basis of the distribution of well-located aftershocks determined by recently installed microearthquake observation networks.

Data Set

Source parameters for several recent earthquakes are added to a data set in Table 2 of Wesnousky et al. [1982] and will be used in this

TABLE 1. Source Parameters of Japanese Intraplate Earthquakes

Name	Date	Fault Type	L, km	Mo, 10 ²⁶ dyne-cm	Ref
Japan Sea	May 26, 1983	thrust	120	75	1
Niigata	Jun 16, 1964	thrust	80	32	2
Shakotan	Aug 1, 1940	thrust	100	24	3
Nobi	Oct 28, 1981	strike-slip	80	15	2
Riku-u	Aug 31, 1896	thrust	50	14	2
Tango	Mar 27, 1927	strike-slip	33	4.6	2
Oga	May 7, 1964	thrust	50	4.3	2
Tottori	Sep 10, 1943	strike-slip	33	3.6	2
Fukui	Jun 28, 1948	strike-slip	30	3.3	2
N. Izu	Nov 25, 1930	strike-slip	22	2.7	2
Izu-Oshima	Jan 14, 1978	strike-slip	17	1.1	2
Kita-Mino	Aug 19, 1961	mixed	12	0.9	2
Mikawa	Jan 13, 1945	mixed	12	0.87	2
Saitama	Sep 21, 1931	strike-slip	20	0.68	2
Izu-Okii	May 8, 1974	strike-slip	18	0.59	2
Gifu	Sep 9, 1969	strike-slip	18	0.35	2
Wakasa-Bay	Mar 26, 1963	strike-slip	20	0.33	2
W. Nagano	Sep 13, 1984	strike-slip	12	0.3	4,5
Akita	Oct 16, 1970	mixed	14	0.22	2
Shizuoka	Jul 11, 1935	strike-slip	11	0.22	2
C. Tottori	Oct 30, 1983	strike-slip	7	0.035	6,7
Kawazu	Aug 17, 1976	strike-slip	9	0.0021	2
S. Izu	Mar 21, 1934	strike-slip	7	0.0095	2
Amagi	Jul 9, 1974	strike-slip	3.5	0.0032	2
Yamaguchi	May 30, 1984	strike-slip	4.5	0.0032	8

References for data: (1) Shimazaki and Mori (unpublished manuscript, 1986), (2) Wesnousky et al. [1982], (3) Satake [1986], (4) Takeo and Mikami (unpublished manuscript, 1986), (5) Mikumo et al. [1985], (6) Dziewonski et al. [1984], (7) Tsukuda et al. [1984], and (8) Tsukuda [1984].

study. Also revised parameters will be used when they are available. All the parameters used in this study are listed in Table 1. A few typographical errors in Table 2 of Wesnousky et al. [1982] are corrected.

Five among twenty-five events used in this study took place in the eastern margin of the Japan Sea and may represent interplate events between the North American and Eurasian plates as a new plate boundary is proposed in this region [e.g., Nakamura, 1983]. Thus it might be necessary to treat these events separately. However, the faults of these events appear to be mostly confined in the uppermost 15-20 km of the earth, thus no distinction is made. Well-relocated aftershocks of the Japan Sea earthquake of 1983 are bounded in a region between the earth's surface and a depth of 15-20 km [Sato et al., 1984].

All events can be classified into three groups according to their focal mechanisms, thrust, strike-slip, and mixed events. However, no significant difference is found for the following discussions, unless otherwise stated.

Scaling Relations

The seismic moment is usually determined directly from the amplitude of seismic waves and is

the least ambiguously determined source parameter. On the other hand, the fault length is determined from the length of fault lines on the earth's surface or more often from the distribution of aftershocks and is intrinsically much less well-defined than the seismic moment. Thus we use the logarithm of the seismic moment, $x = \log M_0$ as the independent variable and that of fault length, $y = \log L$ as the dependent variable; we apply an ordinary linear regression analysis in which it is assumed that only the variable y contains errors. Also the variance of y is implicitly assumed to be independent of x . Because the accuracy of the fault length of small events depends mostly on the accuracy of the location of aftershocks, we only use fault parameters of events whose aftershocks are well located.

As was already mentioned, the seismic moment of the large Japanese intraplate events are roughly proportional to a square of the fault length. However, smaller events do not appear to fit to this relation. Thus the whole data set is divided into two, one with seismic moment larger than a certain threshold value and another with moment less than that. We will examine in a later section whether this segmented fit is statistically better than a single line fit.

The division of the data set into small and

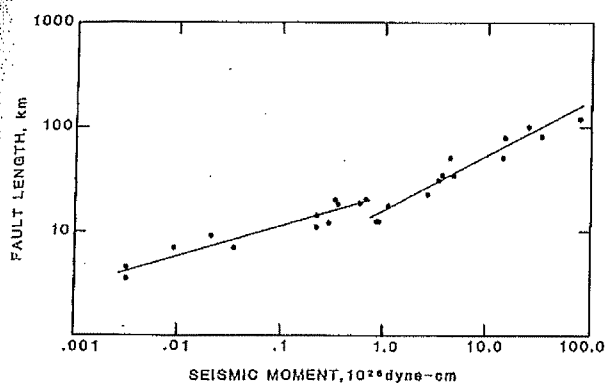


Fig. 1. A plot of logarithm of fault length against that of seismic moment. The whole dataset for Japanese intraplate earthquakes are divided into two at the seismic moment of 7.5×10^{25} dyne-cm and the linear regression analysis is applied to each dataset. This segmented fit is shown to be statistically better than models shown in Figure 2.

large events is arbitrarily set at $M_0 = 5, 7.5$, and 10.0×10^{25} dyne-cm. The obtained least-square solutions for the first case are:

$$\log L = 0.473 \log M_0 - 11.06 \quad \text{for } M_0 \geq 5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm} \quad (1)$$

and

$$\log L = 0.279 \log M_0 - 5.93 \quad \text{for } M_0 < 5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm}, \quad (2)$$

where the seismic moment is in unit of dyne-cm and the fault length in km. In the second case the obtained solutions are:

$$\log L = 0.524 \log M_0 - 12.44 \quad \text{for } M_0 \geq 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm} \quad (3)$$

and

$$\log L = 0.281 \log M_0 - 5.98 \quad \text{for } M_0 < 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm}. \quad (4)$$

And in the third case, we obtain

$$\log L = 0.477 \log M_0 - 11.16 \quad \text{for } M_0 \geq 1.0 \times 10^{26} \text{ dyne-cm} \quad (5)$$

and

$$\log L = 0.239 \log M_0 - 4.97 \quad \text{for } M_0 < 1.0 \times 10^{26} \text{ dyne-cm}. \quad (6)$$

It now becomes necessary to judge which model fits to the observation better than other models. This could be easily performed by estimating the variance of the error or by calculating the sum of squared errors. However, in the next section, we

need to compare models with different numbers of parameters. Thus we introduce the Akaike Information Criterion (AIC) [Akaike, 1974] as a measure for selecting the best among the competing models under a fixed data set. This is a measure to see which model most frequently reproduces similar features to the given observations and is defined by

$$\text{AIC} = (-2) \text{Max}(\ln L) + 2(\text{number of used parameters}) \quad (7)$$

where L and \ln denote the likelihood and the natural logarithm, respectively. The model with the smaller AIC shows the better fit to the data. It should also be noted that the maximum likelihood solution is the ordinary least-square solution in the present problem. The likelihood function is shown in the appendix. The obtained AIC are as follows

$$\text{AIC} = -39.5 \quad \text{for threshold moment of } 5.0 \times 10^{25} \text{ dyne-cm},$$

$$\text{AIC} = -45.2 \quad \text{for threshold moment of } 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm},$$

and

$$\text{AIC} = -37.5 \quad \text{for threshold moment of } 1.0 \times 10^{26} \text{ dyne-cm}.$$

Thus the best-fit model is that with the threshold moment of 7.5×10^{25} dyne-cm and is shown in Figure 1. The 95% confidence intervals for the slopes are 0.281 ± 0.069 for small events and 0.524 ± 0.088 for large events. These correspond to that $M_0 \propto L^{2.9-4.7}$ for small events and that $M_0 \propto L^{1.6-2.3}$ for large events. The result indicates that the difference in scaling relations between small and large earthquakes is statistically significant and suggests that the seismic moment is proportional to a cube of the fault length for small events while for large events the moment is proportional to a square of the fault length. This is consistent with our simple prediction.

By substituting $M_0 = 7.5 \times 10^{25}$ dyne-cm, we obtain $L = 13$ and 20 km, from (3) and (4), respectively. For faults with dip angles 90° (vertical), 45° , and 30° , the maximum widths constrained by the seismogenic layer thickness are 15, 21, and 30 km, respectively. Thus the fault length at the transition between small and large earthquakes is comparable to the maximum thickness of the fault bounded within the seismogenic layer. This suggests that the aspect ratio of the fault L/W is roughly one for small earthquakes.

Perhaps more important is that the two regression lines, one for small and another for large events, do not meet at the threshold moment. Actually, we will have a poorer fit to the data, if we constrain two lines to meet at the threshold moment. This point will be discussed in the next

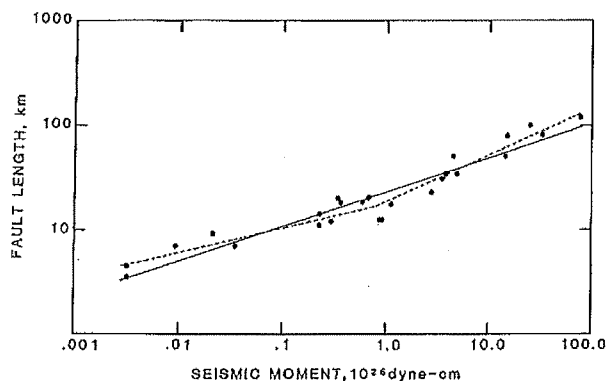


Figure 2. Two statistical models for a relation between logarithm of fault length and that of seismic moment. These models are shown to be statistically inferior to the segmented fit shown in Figure 1.

section. Thus we expect that the complication shown at the transition between small and large events should have some physical significance. We will interpret it in the following as caused by the difference of boundary conditions between buried and surface faults.

In an ideal case of infinitely long strike-slip fault, the solution to the crack problem indicates that average displacement for a surface fault is twice that of a deeply buried fault, if the two faults have the same stress drop and the same width [Knopoff, 1958]. Thus the factor of two difference in seismic moment can be expected between the surface and buried faults with the same fault size and the same stress drop. Figure 1 shows that two different moment values may be observed for earthquakes with the same fault length. If we substitute $L = 20\text{--}25$ km in (3) and (4), a factor of 1.5–2.2 offset in seismic moment can be obtained between large and small events.

The ratio of seismic moment of surface to buried faults with the same stress drop and the same fault size, varies with source mechanism, the aspect ratio of the fault L/W , and the depth of the upper edge of the buried fault. It is also a function of the stress drop distribution on the fault. Boore and Dunbar [1977] carried out calculations for a case of constant stress drop over the vertical strike-slip fault. Figure 1 of their paper shows that the ratios are 1.2 and 1.7 for the aspect ratio of one and two, respectively. For a case of constant displacement over a dip slip fault with a dip angle of 30° , the ratios of the shallow to deep faults are shown to be 1.3 and 1.6 for the aspect ratio of 0.67 and 1.5, respectively [Sykes and Quittmeyer, 1981]. In this case, the depth of the upper edge of the shallow fault is 6.7% of the fault width and the stress drops determined at the center of dislocation are the same for the shallow and deep faults.

An effect of a low rigidity surface layer is considered by Kasahara [1964] for a case of infi-

nitely long strike-slip fault. He noted that the maximum fault displacement becomes almost doubled when the rigidity of the surface layer decreases one-ninth that of the underlying semi-infinite layer. These theoretical results suggest that the observed offset in seismic moment is mostly explained by the effect of the earth's free surface on seismic dislocation.

Thus the stress drop seems to be independent of whether a fault is buried or not, although the observed offset in seismic moment at the transition may appear to indicate a systematic difference in moment. The relationship that the seismic moment is proportional to a cube of fault length for small earthquakes also suggests that the stress drop does not vary systematically with the seismic moment. Scholz [1982] suggests that the stress drop becomes proportional to u/L instead of u/W , if the fault cuts across the entire thickness of the seismogenic layer. This is called an L-model. If this is the case, then the obtained scaling law for large earthquakes also indicates that the stress drop is constant.

However, Scholz's [1982] L-model implies some special physical boundary condition at the bottom of the seismogenic layer. Das [1982] examined an appropriate boundary condition by numerically modeling spontaneous rupture propagation [Das, 1981], but failed to produce the scaling $u \propto L$ by realistic models of earthquake source with constant stress drop. The realistic boundary condition at the bottom of the seismogenic zone which satisfies Scholz's L-model is not yet found. According to the ordinary model in which the stress drop is proportional to u/W , the stress drop of the largest event is calculated to be about 100 times that of the smallest surface faulting.

Discussions

In the previous section, the segmented fit to the whole data set was shown and we gave its geophysical interpretations. However, a question arises whether or not the data set can be fitted statistically better to a single line than the double line segment. Thus a single line is fitted to all the data and is shown in Figure 2. The obtained result is $\log L = 0.325 \log M_0 - 7.10$ and $AIC = -28.3$. The AIC shows that any segmented fit shown in the previous section is statistically better than this single fit. The result corresponds to a scaling rule that the seismic moment is proportional to a cube of fault length. A comparison with Figure 1 indicates that the effect of the free surface tends to be masked by the difference in the slopes of the linear relationship between $\log L$ and $\log M_0$. This probably explains why the effect of the free surface has been overlooked so far.

One might further argue whether or not the offset in seismic moment suggested in the previous section is statistically significant. An alternative would be that which constrains two lines to meet at the threshold moment. The details of this

statistical model are given in the appendix. The obtained result for the threshold moment of 7.5×10^{25} dyne-cm is:

$$\log L = 0.444 (\log M_0 - \log (7.5 \times 10^{25})) + 1.22 \quad \text{for } M_0 \geq 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm,}$$

$$\log L = 0.234 (\log M_0 - \log (7.5 \times 10^{25})) + 1.22 \quad \text{for } M_0 < 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm,}$$

and

$$AIC = -34.2.$$

Again any model with an offset shown in the previous section is statistically better than this model.

According to the interpretations of the offset in seismic moment, all large earthquakes should be surface faults and all small earthquakes should be buried faults. The reason why we do not observe small surface faults is given by King [1986]. He suggests that stress relaxation occurs by chemical processes in joints and fissures near the earth's surface. Thus the stress relaxation time is long enough for the surface layer to act as a relaxation barrier preventing slip for small earthquakes from reaching the surface.

Surface breaks were observed for all large earthquakes presented in this study, except for those occurring under the ocean and the 1948 Fukui earthquake and the 1961 Kita-Mino earthquake. The Fukui earthquake is of strike-slip fault type and Kasahara [1964] explained co-seismic horizontal crustal movements by assuming a low-rigidity surface layer overlying the seismic fault. As discussed in the previous section, he showed that the low-rigidity surface layer has only a minor effect on seismic dislocation compared with the effect of the free surface. This explains why this earthquake belongs to a group of surface faults in our analysis. Also the following discussion shows the reason why the Kita-Mino earthquake belongs to a group of surface faults in our analysis. This earthquake is a thrust event with considerable amount of strike slip. Sykes and Quittmeyer [1981] showed the dip-slip component of dislocation for a shallow fault is significantly affected by the free surface as was discussed in the previous section. According to the analysis made by Kawasaki [1975], the upper edge of this earthquake fault is only 2 km deep.

No surface breakage was observed for all small earthquakes but one. The exception is the 1974 Izu-Oki earthquake. Abe [1978] estimated the amount of fault slip to be 1.2 m from the leveling data. But the maximum fault slip observed on the surface was only 50 cm [Matsuda and Yamashina, 1974]. It is most likely that the fault slip is concentrated in the deeper part of the fault. If this is the case, it contradicts the assumption of a crack model for the source for which the fault slip is a maximum at the surface and goes to zero at the lower edge of the fault.

Conclusions

An examination of a set of well-determined source parameters for the Japanese intraplate earthquakes shows (1) the seismic moment for large earthquakes is proportional to a square of the fault length while the moment for small earthquakes is proportional to a cube of the length; (2) the fault length of earthquakes at the transition between small and large earthquakes is comparable to the thickness of the seismogenic layer; and (3) There is an offset of factor of 1.5-2.2 in the seismic moment at the transition.

Since a linear dimension of earthquakes at the transition is comparable to the thickness of the seismogenic layer, the difference in scaling strongly suggests that the fault width for small earthquakes is unbounded while that for large earthquakes is bounded by the thickness of the seismogenic layer. Namely, it implies that $u \propto L \propto W$ for small earthquakes and that $u \propto L$ but $W = \text{constant}$ for large earthquakes where u is slip and W is fault width. Thus we can classify earthquakes into large and small earthquakes according to whether or not an earthquake fault cuts across the entire thickness of the seismogenic layer. The offset in the seismic moment appears to be due to the difference in boundary conditions between buried and surface faults; in a certain idealized case, the amount of dislocation for surface fault is theoretically expected to be twice that of a buried fault with the same linear dimension if the stress drop is the same for both faults. If a special boundary condition at the bottom of the seismogenic layer exists as was suggested by Scholz [1982], these observations suggest that a stress drop is independent of seismic moment for the Japanese intraplate earthquakes with seismic moment ranging from 5×10^{23} to 10^{28} dyne-cm.

The effect of the free surface has been overlooked probably because it tends to be masked by the difference in the slopes of the linear relationship between small and large earthquakes. A naive least-square fitting results in $M_0 \propto L^3$ relationship for the whole data set. The maximum likelihood estimate of the parameters and the selection of a statistical model based on the Akaike Information Criterion show that the whole data set is not satisfactorily modeled by one regression line. But it is best modeled by two regression lines, one for large event and another for small event, with the threshold moment of 7.5×10^{25} dyne-cm.

Appendix

A Single Line Fit

In an ordinary regression analysis, we assume that

$$y_i = a + b x_i + r_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

where y_i and x_i are observed data for the depend-

ent and independent variables, respectively, a a constant, b the regression coefficient which gives the slope, r_i normally distributed random errors with its mean 0 and variance v , and n the number of data points. The likelihood function is given by

$$\begin{aligned} L(y_1, \dots, y_n | a, b, v) \\ = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi v}} \exp\left[-\frac{1}{2v} (y_i - a - bx_i)^2\right] \\ = (2\pi v)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2v} \sum_{i=1}^n e_i^2\right] \end{aligned}$$

where

$$e_i = y_i - a - bx_i.$$

Then we get

$$l = \ln L = -\frac{n}{2} \ln(2\pi v) - \frac{1}{2v} \sum_{i=1}^n e_i^2$$

The maximum likelihood solutions for a , b , and v are given by

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \\ b &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \\ v &= \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - a \sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) / n \end{aligned}$$

Since $\max(l)$ is given by $-n \ln(2\pi v) / 2 - n / 2$, we get

$$\text{AIC} = n \ln(2\pi v) + n + 6.$$

Double-Line-Segment Fit.

We divide the whole data set at x_0 and assume that

$$\begin{aligned} y_i &= a_1 + b_1 x_i + r_i \quad \text{for } x_i \geq x_0 \quad (i = 1, \dots, m) \\ \text{and} \\ y_i &= a_2 + b_2 x_i + r_i \quad \text{for } x_i < x_0 \quad (i = m+1, \dots, n) \end{aligned}$$

where a_1 and a_2 are constants and b_1 and b_2 the regression coefficients which give the slopes. The likelihood function is given by

$$\begin{aligned} L(y_1, \dots, y_n | a_1, b_1, a_2, b_2, v) \\ = (2\pi v)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2v} \sum_{i=1}^m e_{1i}^2\right] \exp\left[-\frac{1}{2v} \sum_{i=m+1}^n e_{2i}^2\right] \end{aligned}$$

where

$$\begin{aligned} e_{1i} &= y_i - a_1 - b_1 x_i \quad \text{for } x_i \geq x_0 \\ e_{2i} &= y_i - a_2 - b_2 x_i \quad \text{for } x_i < x_0. \end{aligned}$$

Then we get

$$\begin{aligned} \ln L \\ = -n \ln(2\pi v) / 2 - \frac{1}{2v} \sum_{i=1}^m e_{1i}^2 - \frac{1}{2v} \sum_{i=m+1}^n e_{2i}^2 \end{aligned}$$

The maximum likelihood solutions for a_1 , b_1 , a_2 , b_2 , and v are given by

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\sum_{i=1}^m x_i^2 \sum_{i=1}^m y_i - \sum_{i=1}^m x_i \sum_{i=1}^m x_i y_i}{\sum_{i=1}^m x_i^2 - (\sum_{i=1}^m x_i)^2} \\ b_1 &= \frac{\sum_{i=1}^m x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^m x_i \sum_{i=1}^m y_i}{\sum_{i=1}^m x_i^2 - (\sum_{i=1}^m x_i)^2}}{\sum_{i=1}^m x_i^2 - (\sum_{i=1}^m x_i)^2} \\ a_2 &= \frac{\sum_{i=m+1}^n x_i^2 \sum_{i=m+1}^n y_i - \sum_{i=m+1}^n x_i \sum_{i=m+1}^n x_i y_i}{(n-m) \sum_{i=m+1}^n x_i^2 - (\sum_{i=m+1}^n x_i)^2} \\ b_2 &= \frac{(n-m) \sum_{i=m+1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=m+1}^n x_i \sum_{i=m+1}^n y_i}{(n-m) \sum_{i=m+1}^n x_i^2 - (\sum_{i=m+1}^n x_i)^2}}{(n-m) \sum_{i=m+1}^n x_i^2 - (\sum_{i=m+1}^n x_i)^2} \\ v &= \left(\sum_{i=1}^m y_i^2 - a_1 \sum_{i=1}^m y_i - b_1 \sum_{i=1}^m x_i y_i - a_2 \sum_{i=m+1}^n y_i - b_2 \sum_{i=m+1}^n x_i y_i \right) / n. \end{aligned}$$

Since $\max(l)$ is given by $-n \ln(2\pi v) / 2 - n / 2$, we get

$$\text{AIC} = n \ln(2\pi v) + n + 10.$$

Fit to Two Lines Meeting at $x = x_0$

We divide the whole data set at x_0 and assume that

$$y_i = y_0 + b_1 (x_i - x_0) + r_i \quad \text{for } x_i \geq x_0 \quad (i = 1, \dots, m)$$

and

$$y_i = y_0 + b_2 (x_i - x_0) + r_i \quad \text{for } x_i < x_0 \quad (i = m+1, \dots, n)$$

where y_0 is a constant. The likelihood function is given by

$$L(y_1, \dots, y_n | y_0, b_1, b_2, v) = (2\pi v)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2v} \sum_{i=1}^m e_{1i}^2\right] \exp\left[-\frac{1}{2v} \sum_{i=m+1}^n e_{2i}^2\right]$$

where

$$e_{1i} = y_i - y_0 - b_1 (x_i - x_0) \quad \text{for } x_i \geq x_0$$

$$e_{2i} = y_i - y_0 - b_2 (x_i - x_0) \quad \text{for } x_i < x_0.$$

Then we get

$$\ln L$$

$$= -n \ln(2\pi v) / 2 - \frac{1}{2v} \sum_{i=1}^m e_{1i}^2 - \frac{1}{2v} \sum_{i=m+1}^n e_{2i}^2$$

The maximum likelihood solutions for y_0 , b_1 , b_2 , and v are given by

$$y_0 = \frac{c \sum_{i=1}^m u_i y_i + d \sum_{i=m+1}^n u_i y_i}{c \sum_{i=1}^m u_i^2 + d \sum_{i=m+1}^n u_i^2} - \frac{\sum_{i=1}^m y_i}{m}$$

$$b_1 = c \left(\sum_{i=1}^m u_i y_i - y_0 \sum_{i=1}^m u_i \right)$$

$$b_2 = d \left(\sum_{i=m+1}^n u_i y_i - y_0 \sum_{i=m+1}^n u_i \right)$$

$$v = \left(\sum_{i=1}^m y_i^2 - y_0 \sum_{i=1}^m y_i - b_1 \sum_{i=1}^m u_i y_i - b_2 \sum_{i=m+1}^n u_i y_i \right) / n$$

where

$$u_i = x_i - x_0$$

$$c = 1 / \sum_{i=1}^m u_i^2, \quad d = 1 / \sum_{i=m+1}^n u_i^2.$$

Since $\max(1)$ is given by $-n \ln(2\pi v) / 2 - n / 2$, we get

$$AIC = n \ln(2\pi v) + n + 8.$$

References

- Abe, K., Dislocations, source dimensions and stresses associated with earthquakes in the Izu peninsula, Japan, *J. Phys. Earth*, **26**, 253-274, 1978.
- Akaike, H., A new look at the statistical model identification, *IEEE Trans. Autom. Control*, **AC-19**, 716-723, 1974.
- Aki, K., Generation and propagation of G waves from the Niigata earthquake of June 16, 1964, Part 2, *Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo*, **44**, 73-88, 1966.
- Boore, D. M., and W. S. Dunbar, Effect of the free surface on calculated stress drops, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **67**, 1661-1664, 1977.
- Das, S., Three-dimensional spontaneous rupture propagation and implications for the earthquake source mechanism, *Geophys. J.*, **67**, 375-393, 1981.
- Das, S., Appropriate boundary conditions for modeling very long earthquakes and physical consequences, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **72**, 1911-1926, 1982.
- Dziewonski, A. M., J. E. Franzen, and J. H. Woodhouse, Centroid-moment tensor solutions for July-September, 1983, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **34**, 1-8, 1984.
- Geller, R. J., Scaling relations for earthquake source parameters and magnitudes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **66**, 1501-1523, 1976.
- Kanamori, H., and D. L. Anderson, Theoretical basis of some empirical relations in seismology, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **65**, 1073-1095, 1975.
- Kasahara, K., A strike-slip fault buried in a layered medium, *Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo*, **42**, 609-619, 1964.
- Kawasaki, I., The focal process of the Kita-Mino earthquake of August 19, 1961, and its relationship to a Quaternary fault, the Hatogayu-Koike fault, *J. Phys. Earth*, **23**, 227-250, 1975.
- King, G. C. P., The geometry of the initiation and termination of earthquake rupture and the evolution of morphology and geological structures, *Geophys. Monograph*, this volume, 1986.
- Knopoff, L., Energy release in earthquakes, *Geophys. J.*, **1**, 44-52, 1958.
- Matsuda, T., and K. Yamashina, Surface faults associated with the Izu-Hanto-Okai earthquake of 1974, Japan (in Japanese), *Spec. Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo*, **14**, 135-158, 1974.
- Mikumo, T., H. Wada, S. Kaneshima, K. Imagawa, and M. Koizumi, Seismic activity in the northern Hida region before and after the 1984 Western Nagano Prefecture earthquake, and the faulting mechanism of the main shock event (in Japanese), in *Report on the 1984 Western Nagano Prefecture Earthquake and Its Damage*, Edited by K. Iida, pp.21-33, Aichi Institute of Technology, Toyoda, Japan, 1985.

- Nakamura, K., Possible nascent trench along the eastern Japan Sea as the convergent boundary between Eurasian and North American plates (in Japanese with English abstract), Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo, 58, 711-722, 1983.
- Oike, K., On a list of hypocenters compiled by the Tottori Microearthquake Observatory (in Japanese with English abstract), J. Seismol. Soc. Jpn., Ser. 2, 28, 331-346, 1975.
- Satake, K., Re-examination of the 1940 Shakotan-Oki earthquake and the fault parameters for the earthquakes along the eastern margin of the Japan Sea, Phys. Earth Planet. Inter., in press, 1986.
- Sato, T., M. Kosuge, T. Tanaka, and H. Sato, Aftershock distribution of the Nihonkai-Chubu earthquake --- Relocation with a dipping layer model (in Japanese), Res. Rept. Natural Disasters in the Tohoku district, 20, 1-6, 1984.
- Scholz, C. H., Scaling laws for large earthquakes: consequences for physical models, Bull. Seismol. Soc. Am., 72, 1-14, 1982.
- Sykes, L. R., and R. C. Quittmeyer, Repeat times of great earthquakes along simple plate boundaries, in Earthquake Prediction: International Review, Maurice Ewing Ser., 4, 217-247, AGU, Washington, D.C., 1981.
- Takagi, A., A. Hasegawa, and N. Umino, Seismic activity in the northeastern Japan arc, J. Phys. Earth, 25, S95-S104, 1977.
- Tsukuda, T., The Yamasaki earthquake (M5.6) of May 30, 1984: Change in seismic activity, aftershock distribution, and focal process (in Japanese), Programme and Abstracts, Seismol. Soc. Jpn, 1984, No. 2, 5, 1984.
- Tsukuda, T., S. Nakao, and R. Nishida, Spatial distribution of aftershocks associated with the Tottori earthquake (M6.2) of October 31, 1983 (in Japanese), Programme and Abstracts, Seismol. Soc. Jpn, 1984, No. 1, 107, 1984.
- Watanabe, K., N. Hirano, and Y. Kishimoto, Seismicity in the Hokuriku district (in Japanese with English abstract), J. Seismol. Soc. Jpn, 31, 35-47, 1978.
- Wesnousky, S. G., C. H. Scholz, and K. Shimazaki, Deformation of an island arc: rate of moment-release and crustal shortening in intraplate Japan determined from seismicity and Quaternary fault data, J. Geophys. Res., 87, 6829-6852, 1982.
- Wesnousky, S. G., C. H. Scholz, K. Shimazaki, and T. Matsuda, Earthquake frequency distribution and the mechanics of faulting, J. Geophys. Res., 88, 9331-9340, 1983.

島崎邦彦

日本国 113 東京都文京区 東京大学地震研究所

要約 日本列島の地殻内地震に対する精度よく求められた震源パラメータを調査したところ、小さい地震は大地震とは異なるスケーリング則に従うことがわかる。 M_0 が地震モーメント、 L が断層長さのとき、小地震については $M_0 \propto L^3$ であるが、大地震については $M_0 \propto L^2$ となっている。また、小地震と大地震の間の移行部において、地震モーメントについてオフセット係数が 1.5~2.2 になっていることがわかった。変わり目における地震の線形的な数値が地震発生層の厚さと同等であることから、スケーリングの違いは、地震発生層が小地震の断層幅を飽和していないが、大地震については地震発生層の厚さで飽和していることを強く示唆している。すなわち、 u がすべりで W が断層幅のとき、小地震の時は $u \propto L \propto W$ であり、大地震については $u \propto L$ だが $W =$ 定数であることを暗示している。よって私たちは、断層が地震発生層全体の厚さにわたっているかどうかに従い、地震の分類を大地震と小地震に分けることができる。地震モーメントの定数は、伏在断層と地表断層との間の境界条件の違いによるように見える。ある理想的な場合において、地表及び伏在断層に対し同じ応力降下量であるときは、地表断層の変位量は伏在断層の 2 倍になると理論的に予測できる。自由表面の効果が見落とされてきた。これは、おそらく小地震と大地震との間の直線関係の傾きの違いではっきりしなくなる傾向があるためである。単純に最小二乗適合すると、全データセットについて $M_0 \propto L^3$ 関係という結果になった。パラメータの最尤見積りや、赤池情報量基準に基づく統計データの選択により、全データセットで一つの回帰直線ではうまくモデル化できないことがわかった。だが、2 つの回帰直線（大地震用と小地震用それぞれの回帰直線）により最適なモデル化ができる。その閾値のモーメントは 7.5×10^{25} dyne·cm である。

はじめに

多くの経験則では、地震モーメントは断層長さの 3 乗に比例することを示している[例: Kanamori and Anderson, 1975; Gerler, 1976]。地震モーメント M_0 は剛性率 μ 、断層面積 S 及び 平均すべり量 u の積 $M_0 = \mu Su$ として表されるため[Aki, 1966]、経験的なスケーリング則は、長方形の断層において、断層幅及びすべりの両方が断層長さ L に比例することを示している。しかし、Wesnouski et al. [1983]は、地震モーメントが 10^{25} dyne·cm を超える、よく研究された日本のプレート内地震 18 件を用いて、最小二乗法による解 $\log M_0 = 1.94 \log L + 23.5$ を得た。この関係は、断層長さの二乗に地震モーメントは比例することを示唆する。これは Scholz の[1982] L モデルに一致している。L モデルはすべりが断層長さに比例するが、断層幅は比例しないというものである。シンプルな説明は、断層破壊は地震発生層内に制限されることから、プレート内断層には上限があるというものである[Scholz, 1982]。実際、ほとんどの日本におけるプレート内地震は地殻の上部 15km 以内で発生している[例: Oike, 1975; Takagi et al., 1977; Watanabe et al., 1978]。日本列島の限られた部分の中でのみ、深さ 20km ほどまで微小地震活動が見られる。よって、私たちは地震断層が地震発生層の厚さ全体を横切っているかどうかで、日本のプレート内地震を小地震及び大地震に分類することができる。

もし大地震に対するスケーリング則 $M_0 \propto L^2$ に関する解釈が正しければ、私たちは小地震に通常のスケーリング則 $M_0 \propto L^3$ が適用できることを予測できる。この論文で、私たちはこの予測について検討する。私たちはまた、小地震と大地震の間の変り目において複雑な要素について考える。これは地震すべりに関する地球の地表面の効果を示唆している。私たちは日本のプレート内データセットを用いる。中規模の地震の断層長さが最近導入された微小地震観察ネットワークにより決定された、余震分布に基づいて正確に評価されてきたからである。

データセット

最近の地震数件の震源パラメータを Wesnousky et al. [1982]の表の下にデータセットに加えこの研究に利用する。また、利用できるようになれば改訂したパラメータも利用する予定である。本研究でを使用した全てのパラメータを表 1 に示す。Wesnousky et al. [1982]の表 2 の中にあった、数個の誤植は訂正した。

この研究で使った 25 地震のうち 5 つは日本海の東縁で発生したもので、この領域に新しいプレート境界を提案するものとして[例: Nakamura, 1983]、北米プレートとユーラシアプレート間のプレート境界地震を代表しているかもしれない。よって、これらの地震を別途取り扱うことが必要かもしれない。しかし、これら地震の断層が地殻の最上部 15~20km に限られており、区別ができない。1983 年の日本海中部での地震の際に再決定された余震は、深さ 15~20km との間の領域で発生している[Sato et al., 1984]。

全ての地震をその発震機構、縦ずれ、横ずれ及びその組合せで 3 つのグループに分類できる。だが他に記載しない限り、以下の考察に大きな違いは見つけられない。

表 1 日本でのプレート内地震の震源パラメータ

名称	発生年月日	断層の種類	L(km)	Mo(10^{26} dyne·cm)	文献
日本海	1983.3.26	縦ずれ	120	75	1
新潟	1964.6.16	縦ずれ	80	32	2
積丹	1940.8.11	縦ずれ	100	24	3
濃尾	1981.10.28	横ずれ	80	15	2
陸羽	1896.8.31	縦ずれ	50	14	2
丹後	1927.3.27	横ずれ	33	4.6	2
男鹿	1964.5.7	縦ずれ	50	4.3	2
鳥取	1943.9.10	横ずれ	33	3.6	2
福井	1948.6.28	横ずれ	30	3.3	2
北伊豆	1930.11.25	横ずれ	22	2.7	2
伊豆大島	1978.1.14	横ずれ	17	1.1	2
北美濃	1961.8.19	混合	12	0.9	2
三河	1945.1.13	混合	12	0.87	2
埼玉	1931.9.21	横ずれ	20	0.68	2
伊豆沖	1974.5.8	横ずれ	18	0.59	2
岐阜	1969.9.9	横ずれ	18	0.35	2
若狭湾	1963.3.26	横ずれ	20	0.33	2
西長野	1984.9.13	横ずれ	12	0.3	4,5
秋田	1974.10.16	混合	14	0.22	2
静岡	1935.7.11	横ずれ	11	0.22	2
鳥取県中部	1983.10.30	横ずれ	7	0.035	6,7
河津	1976.8.17	横ずれ	9	0.0021	2
南伊豆	1934.3.21	横ずれ	7	0.0095	2
天城	1974.7.9	横ずれ	3.5	0.0032	2
山崎	1984.5.30	横ずれ	4.5	0.0032	8

データの参考文献 (以下略)

スケーリング則

地震モーメントは通常、地震波の振幅から直接決定され、もっとも曖昧さの少ない形で決定される震源パラメータである。一方、断層長さは地表面の断層線の長さから、または、より多くの場合余震分布から決定され、本質的に地震モーメントよりもなおさら定義がはっきりしていない。そのため、私たちは地震波の対数 $x = \log M_0$ を独立変数として使用し、断層長さの対数 $y = \log L$ を従属変数として使用する。私たちは通常の線形回帰分析を適用する。その中で、変数 y のみ誤差があると仮定する。また、 y の分散は x に独立と暗黙に仮定される。小地震の断層長さの精度が主に余震の位置の精度に依存するため、私たちは余震の位置がよくわかっていない地震の断層パラメータのみ使用する。

既に述べたように、日本列島のプレート内で発生した大地震の地震モーメントは、断層長さの二乗におおよそ比例している。しかしより小さな地震では、この関係に当てはまらないように見える。そのため、データセット全体を2つに分ける。一つはある閾値よりも大きな地震モーメントのもので、もう一方はそれよりも小さなモーメントのものである。私たちは、このセグメント化による近似が、1本の線での近似より統計的によりよいものかどうかについて、後のセクションで検討する。

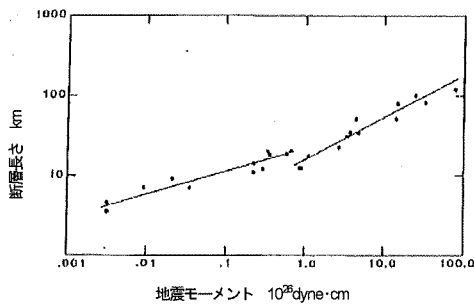


図1 断層長さを地震モーメントに対し対数プロットしたもの。日本のプレート内地震データセット全体を地震モーメント 7.5×10^{25} dyne-cm にて2つに分割し、各データセットについて線形回帰分析を適用。このセグメントに分けた近似は、図2で示したモデルよりも統計的によいものになっていることが示されている。

データセットを小さく分け、 $M_0 = 5, 7.5, 10.0 \times 10^{25}$ dyne-cm において大地震を任意に決める。最初の場合に得られた最小二乗法での解は以下の通りである：

$$M_0 \geq 5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm のとき } \log L = 0.473 \log M_0 - 11.06 \quad (1)$$

$$M_0 < 5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm のとき } \log L = 0.279 \log M_0 - 5.93 \quad (2)$$

地震モーメントが dyne-cm 単位であり、断層長さは km 単位である。2つめの場合、得られた解は以下の通りである。

$$M_0 \geq 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm のとき } \log L = 0.524 \log M_0 - 12.44 \quad (3)$$

$$M_0 < 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm のとき } \log L = 0.281 \log M_0 - 5.98 \quad (4)$$

そして3つめの場合、私たちは以下を得た。

$$M_0 \geq 1.0 \times 10^{26} \text{ dyne-cm のとき } \log L = 0.477 \log M_0 - 11.16 \quad (5)$$

$$M_0 < 1.0 \times 10^{26} \text{ dyne-cm のとき } \log L = 0.239 \log M_0 - 4.97 \quad (6)$$

どのモデルが他のモデルよりも観測値により適合しているかを判定することが、必要になる。これは、誤差の分散を見積もるか、二乗誤差

の合計を計算することで、簡単に実施できよう。しかし、次のセクションで、様々なパラメータを使って、モデルを比較する必要があるそのため、私たちは赤池情報量規準(AIC)[Akaike, 1974]を固定のデータセットに競合するモデルの中から最も良いものを選ぶ手段として導入する。これはどのモデルが最もしばしば、与えられた観測値に類似した特性を再現できるかであり、以下のように定義する。

$$AIC = (-2) Mx (\ln L) + 2 \text{ (使用したパラメータの数)} \quad (7)$$

ここで L と \ln はそれぞれ、最大尤度と自然対数である。より小さなAICを使ったモデルがデータにより合うことがわかった。現在の問題においては最尤解が最小二乗法の解になることも注意しなければならない。尤度関数を付録に示す。得られたAICは以下の通りである。

$$\text{閾モーメントが } 5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm のとき } AIC = -39.5$$

$$7.5 \times 10^{25} \text{ dyne-cm のとき } AIC = -45.2$$

$$1.0 \times 10^{26} \text{ dyne-cm のとき } AIC = -37.5$$

よって、最も適したモデルは閾モーメントが 7.5×10^{25} dyne-cm のときで、図1に示す。傾きの95%信頼区間は小地震の場合 0.281 ± 0.069 、大地震の場合 0.524 ± 0.088 である。これらは小地震の場合 $M_0 \propto L^{2.9 \sim 4.7}$ 、大地震の場合 $M_0 \propto L^{1.6 \sim 2.3}$ に相当する。結果は、小地震と大地震の間のスケーリング関係の違いは統計的に有意なことを示しており、地震モーメントは小地震の場合断層長さの3乗に比例し、大地震の場合断層長さの2乗に比例することを示唆している。これは私たちの単純な予測と一致している。

$M_0 = 7.5 \times 10^{25}$ dyne-cm を代入すると、(3)及び(4)からそれぞれ $L = 13$ km 及び 20 km が得られる。傾斜角が 90° (垂直)、 45° 及び 30° に対し、地震発生層厚さの制約を受ける最大幅はそれぞれ 15 km、 21 km、 30 km となる。よって、小地震と大地震の間の移行部における断層長さは、地震発生層内に発生した断層の最大厚さに相当する。これは、小地震については断層のアスペクト比 L/W がざっと 1 であることを示唆している。

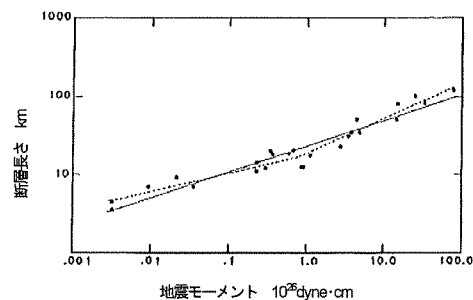


図2 断層長さの対数と地震モーメントの対数との間の関係を示すための二つの統計モデル。これらのモデルは図1で示したセグメントに分けて近似したものよりも統計的に劣ることが示されている。

おそらくより重要なのは、回帰直線が一つは小地震、もう一つは大地震に対するものと、2つであって、閾モーメントにおいて一致しないということである。実際のところ、閾モーメントにおいての2つの線が無理矢理合うようにすると、もっとデータに合わなくなる。この点を次のセクションで検討する。そのため、わたしたちは小地震と大地震の間での移行部において見られる複雑さを何らかの物理的意味があると予想しなければならない。後の方で、伏在断層と地表断層との間にある境界条件の違いにより発生したものと解釈する。

無限に長い横ずれ断層という理想的な場合において、クラック問題の解は、地表断層と伏在断層に同じ応力降下量かつ同じ幅であると仮定

すると、地表断層に対する平均すべり量が深い伏在断層のその2倍になる。[Knopoff, 1958]。よって、同じ断層サイズで同じ応力降下量のときには、地表断層と伏在断層の間で、地震モーメントは2つの異なる係数が予測できる。図1では同じ断層長さの地震について、2つの異なるモーメントの値が観察される。(3)と(4)に $L=20\sim 25\text{km}$ を代入すると、大地震及び小地震の間で地震モーメントの差1.5~2.2が得られる。

応力降下量と断層の大きさが一定のとき、地表断層の地震モーメントの、伏在断層のそれに対する比は、震源メカニズム、断層のアスペクト比 L/W 、及び伏在断層の上端の深さにより変わる。それはまた、断層の応力降下量の分布の関数でもある。Boore and Dunbar [1977]は鉛直横ずれ断層にかかる一定の応力降下量の場合について計算を行った。彼らの論文の図1によると、1及び2のアスペクト比について、比はそれぞれ1.2及び1.7であった。傾斜角 30° の縦ずれ断層に対する一定のすべり量の場合、アスペクト比がそれぞれ0.67及び1.5に対し、深い断層に対する浅い断層の比は1.3及び1.6であった[Sykes and Quittmeyer, 1981]。この場合、浅い断層の上端深さは断層幅の6.7%であり食い違いの中心で決定される応力降下量は浅い断層と深い断層で同じである。

剛性が小さい表層の効果は、無限に長い横ずれ断層の場合について Kasahara [1964]が検討している。彼によると、表層の剛性が下にある半無限層のその9分の1減らすと、断層の最大すべり量は約2倍になる。この理論的な結果は、地震モーメントに観察された差は、地震の食い違いによる自由表面でほぼ説明されることを示唆している。

よって、応力降下量は、断層が伏在かどうかとは無関係に見える。地震モーメントの移行部において観測された差は、モーメントの系統的な違いを示すように見えるが、小地震において、地震モーメントが断層長さの3乗に比例する関係は、応力降下量が地震モーメントにより体系的に変化するのではないことを示唆する。Scholz [1982]は、断層が地震発生層の厚さ全体にまたがる時、応力降下量が uW ではなく uL に比例する示唆した。これはLモデルと呼ばれる。この場合、大地震について得られるスケーリング則もまた、応力降下量は一定であることを示す。

しかしScholz [1982]のLモデルは、地震発生層の下端にある特別な物理的境界条件を暗示している。Das [1982]は自発的な破壊伝播を数値モデル化して適切な境界条件を検討した[Das, 1981]が、応力降下量が一定となる用いての地震の震源の現実的なモデルにより、スケーリング $u \propto L$ を提示することができなかった。ScholzのLモデルを満足するような地震発生領域下部の現実的な境界条件は見つかっていない。応力降下量は uW に比例するという通常のモデルによれば、最も大きな地震の応力降下量は最も小さな地表断層のその約100倍と計算される。

議論

これまでの検討で、全てのデータセットをいくつかに分けて適合させる方法を示し、私たちはその地球物理学的な解釈を与えた。しかし、データセットを2つの線セグメントに分けるより、1本の線で適合させた方が統計的によりよいのかどうかという問題が出て来る。1本の直線で全データを適合させた結果を図2に示す。得られた結果は $\log L = 0.325 \log Mo - 7.10$, $AIC = -28.3$

であった。前章で示したセグメント分けした結果は、どの場合も、この1本の直線で適合させた場合より統計的によいということを、AICは示している。結果は地震モーメントが断層長さの3乗に比例するというスケーリング則に相当する。図1との比較で、自由表面の効果は、 $\log L$ と $\log Mo$ の間の線形関係の傾きの違いで隠れてしまう傾向があることがわかる。これはおそらく、なぜ自由表面の効果が今までのところ見落とされてきたのかを説明する。

さらに、前章で示唆した地震モーメントの差が統計的に有意かどうかについて、議論の余地がある。あるいは、何が閾モーメントにおいて2つの線を合わせるのを制約しているのか。この統計モデルの詳細に

ついては付録に記載する。閾モーメント $7.5 \times 10^{25} \text{dyne} \cdot \text{cm}$ について得られた結果は、

$$Mo \geq 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne} \cdot \text{cm} \text{ のとき } \log L = 0.444 (\log Mo - \log (7.5 \times 10^{25})) + 1.22$$

$$Mo < 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne} \cdot \text{cm} \text{ のとき } \log L = 0.234 (\log Mo - \log (7.5 \times 10^{25})) + 1.22$$

及び $AIC = -34.2$ である。

再度、前章で示したオフセットありのどのモデルについても、このモデルよりも統計的によい。

地震モーメントの差に関する解釈によれば、全ての大地震は地表断層であり、全ての小さい地震は伏在断層のはずである。小規模の地表断層が出現しない理由についてはKing [1986]が与えている。彼は地殻表面付近の節理や亀裂に化学プロセスにより応力緩和が発生していることを示唆している。そのため、応力緩和時間は、小さな地震を起こすずれが表面に届くのを防ぐような緩和バリアとして表層が働くために十分長い。

海底で発生する地震や1948年の福井地震、1961年の北美濃地震を除き、本研究で紹介した全ての大地震において表層のずれが確認された。福井地震は横ずれ断層によるものであり、Kasahara [1964]は、剛性の低い表層が地震断層の上に被さっているのを仮定することで、地震発生に伴う水平地殻変動を説明した。前章で考察したように、彼は自由表面の効果と比較すると、剛性の低い表層部が食い違いに与えるのは小さな効果のみであることを示した。このことは、なぜこの地震が私たちの分析において地表断層のグループに属するかを説明している。また、以下の討論で、なぜ北美濃地震も私たちの分析において地表断層のグループに属するか、その理由が示されている。この地震はかなりの大きさの横ずれを伴う縦ずれの地震である。Sykes and Quittmeyer [1981]は、浅い断層の変位の縦ずれ成分は、前章で論じたように、自由表面に大きく影響されていることを示した。Kawasaki [1975]の分析によると、この地震断層の上端の深さはたった2kmである。

1974年の伊豆沖地震以外、全ての小地震において地表のずれは観察されなかった。Abe [1978]は断層のずれた量を測量データから評価した。だが表面で観察された断層のずれは最大50cmであった[Matsuda and Yamashita, 1974]。これは断層のずれが断層の深い部分に集中した可能性が最も高い。この場合、断層のずれが地表で最大となり、断層の下端でゼロとなる震源のクラックモデルという仮定と矛盾する。

結論

日本列島のプレート内地震に関し精度よく求められた震源パラメータ一式の検討により、(1)大地震の地震モーメントは断層長さの2乗に比例し、小さい地震のモーメントは断層長さの3乗に比例する、(2)小さい地震と大地震の間の移行部における地震の断層長さは、地震発生層の厚さと同等、及び(3)移行部の地震モーメントについて、差が1.5~2.2となっていることを示した。

移行部における地震の線形の次元は地震発生層厚さと同等であることから、スケーリングの違いが強く示唆することとして、小さい地震の断層幅には地震発生層厚さに飽和していないが、一方、大地震の断層幅は飽和している。つまり、 u がずれ、 W が断層幅のとき、小さい地震については $u \propto L \propto W$ であり、大地震については $u \propto L$ だが W =一定であることを暗示している。よって、私たちは、地震断層が地震発生層の厚さ全体にわたっているかどうかに従い、地震を大地震と小さい地震に分類することができる。地震モーメントの差は、伏在断層と地表断層の境界条件の差によるようである。いくつかの理想的ケースでは、応力降下量が地表・伏在の両断層についても同じ場合、地表断層のすべりが同じ断層サイズの伏在断層の場合の2倍になると理論的に予

測できる。Scholz[1982]が示唆したように地震発生層の下部に特別な境界条件が存在する場合、これらの観測値は、地震モーメントが $5 \times 10^{23} \sim 10^{28} \text{ dyne} \cdot \text{cm}$ 日本プレート内地震については、応力降下量が地震モーメントと独立であることを示唆している。

自由表面の効果は、小地震と大地震の線形関係の傾きの違いで見えにくくなっていることから、見落とされている。単純な最小二乗法により、全てのデータセットで $M_0 \propto L^3$ の関係と言う結果になった。パラメータの最尤推定及び赤池情報量規準に基づく統計モデルの選定は、全データセットを1つの回帰直線では満足のかようにモデル化できないことを示す。しかし、2本の回帰直線により一番良くモデル化される。1つの直線は大地震、もう一方は小地震を表し、閾モーメントは $7.5 \times 10^{25} \text{ dyne} \cdot \text{cm}$ である。

付録

1本の直線での近似

普通の回帰分析において、私たちは以下を仮定している。

$$y_i = a + b x_i + r_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

ここで y_i 及び x_i はそれぞれ従属変数及び独立変数の観測データであり、 a は定数、 b は傾きを表す回帰係数、 r_i は平均0、分散 v で正規分布するランダムな誤差、 n はデータ点の数である。尤度関数は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} L(y_1, \dots, y_n | a, b, v) \\ &= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi v}} \exp\left[-\frac{1}{2v} (y_i - a - b x_i)^2\right] \\ &= (2\pi v)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2v} \sum_{i=1}^n e_i^2\right] \end{aligned}$$

ここで

$$e_i = y_i - a - b x_i$$

そして以下を得る。

$$l = \ln L = -\frac{n}{2} \ln(2\pi v) - \frac{1}{2v} \sum_{i=1}^n e_i^2$$

a 、 b 及び v の最尤解は以下で与えられる。

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2 / n}$$

$$v = \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - a \sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) / n$$

$\max(1)$ は $-n \ln(2\pi v)/2 - n/2$ で与えられることから、以下を得る。

$$\text{AIC} = n \ln(2\pi v) + n + 6.$$

2本の線でのセグメント近似

私たちはデータセット全体を x_0 で分け、以下を仮定する。

$$y_i = a_1 + b_1 x_i + r_i \quad \text{for } x_i \geq x_0 \quad (i = 1, \dots, m)$$

及び

$$y_i = a_2 + b_2 x_i + r_i \quad \text{for } x_i < x_0 \quad (i = m+1, \dots, n)$$

ここで a_1 及び a_2 は定数であり、 b_1 及び b_2 は傾きを表す回帰係数である。尤度関数は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} L(y_1, \dots, y_n | a_1, b_1, a_2, b_2, v) \\ &= (2\pi v)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2v} \sum_{i=1}^m e_{1i}^2\right] \exp\left[-\frac{1}{2v} \sum_{i=m+1}^n e_{2i}^2\right] \end{aligned}$$

$$e_{1i} = y_i - a_1 - b_1 x_i \quad \text{for } x_i \geq x_0$$

$$e_{2i} = y_i - a_2 - b_2 x_i \quad \text{for } x_i < x_0.$$

そこで以下を得る。

$$\ln L$$

$$= -n \ln(2\pi v) / 2 - \frac{1}{2v} \sum_{i=1}^m e_{1i}^2 - \frac{1}{2v} \sum_{i=m+1}^n e_{2i}^2$$

a_1 、 b_1 、 a_2 、 b_2 及び v の最尤解は以下で与えられる。

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^m x_i^2 \sum_{i=1}^m y_i - \sum_{i=1}^m x_i \sum_{i=1}^m x_i y_i}{\sum_{i=1}^m x_i^2 - (\sum_{i=1}^m x_i)^2}$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^m x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^m x_i \sum_{i=1}^m y_i}{m}}{\sum_{i=1}^m x_i^2 - (\sum_{i=1}^m x_i)^2 / m}$$

$$a_2 = \frac{\sum_{i=m+1}^n x_i^2 \sum_{i=m+1}^n y_i - \sum_{i=m+1}^n x_i \sum_{i=m+1}^n x_i y_i}{(n-m) \sum_{i=m+1}^n x_i^2 - (\sum_{i=m+1}^n x_i)^2}$$

$$b_2 = \frac{(n-m) \sum_{i=m+1}^n x_i y_i - \sum_{i=m+1}^n x_i \sum_{i=m+1}^n y_i}{(n-m) \sum_{i=m+1}^n x_i^2 - (\sum_{i=m+1}^n x_i)^2}$$

$$\begin{aligned} v &= \left(\sum_{i=1}^m y_i^2 - a_1 \sum_{i=1}^m y_i - b_1 \sum_{i=1}^m x_i y_i - a_2 \sum_{i=m+1}^n y_i \right. \\ &\quad \left. - b_2 \sum_{i=m+1}^n x_i y_i \right) / n. \end{aligned}$$

$\max(1)$ は

$$-n \ln(2\pi v) / 2 - n / 2,$$

で与えられることから、以下を得る。

$$\text{AIC} = n \ln(2\pi v) + n + 10.$$

$x=x_0$ における2本の線の近似

私たちはデータセット全体を x_0 で分け、以下を仮定する。

$$y_i = y_0 + b_1 (x_i - x_0) + r_i \quad \text{for } x_i \geq x_0 \quad (i = 1, \dots, m)$$

及び

$$y_i = y_0 + b_2 (x_i - x_0) + r_i \quad \text{for } x_i < x_0 \quad (i = m+1, \dots, n)$$

ここで y_0 は定数である。尤度関数は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} L(y_1, \dots, y_n | y_0, b_1, b_2, v) \\ &= (2\pi v)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2v} \sum_{i=1}^m e_{1i}^2\right] \exp\left[-\frac{1}{2v} \sum_{i=m+1}^n e_{2i}^2\right] \end{aligned}$$

ここで

$$e_{1i} = y_i - y_0 - b_1 (x_i - x_0) \quad \text{for } x_i \geq x_0$$

$$e_{2i} = y_i - y_0 - b_2 (x_i - x_0) \quad \text{for } x_i < x_0.$$

そして以下を得る。

$$\ln L$$

$$= -n \ln(2\pi v) / 2 - \frac{\sum_{i=1}^m e_{1i}^2}{2v} - \frac{\sum_{i=m+1}^n e_{2i}^2}{2v}$$

y_0 , b_1 , b_2 及び v の最尤解は以下で与えられる。

$$y_0 = \frac{c \sum_{i=1}^m u_i y_i + d \sum_{i=m+1}^n u_i y_i}{c \left(\sum_{i=1}^m u_i \right)^2 + d \left(\sum_{i=m+1}^n u_i \right)^2 + n}$$

$$b_1 = c \left(\sum_{i=1}^m u_i y_i - y_0 \sum_{i=1}^m u_i \right)$$

$$b_2 = d \left(\sum_{i=m+1}^n u_i y_i - y_0 \sum_{i=m+1}^n u_i \right)$$

$$v = \left(\sum_{i=1}^m y_i^2 - y_0 \sum_{i=1}^m y_i - b_1 \sum_{i=1}^m u_i y_i - b_2 \sum_{i=m+1}^n u_i y_i \right) / n$$

ここで

$$u_i = x_i - x_0$$

$$c = 1 / \sum_{i=1}^m u_i^2, \quad d = 1 / \sum_{i=m+1}^n u_i^2.$$

$\max(1)$ は(式省略)で与えられることから、以下を得る。

$$= -n \ln(2\pi v) / 2 - n / 2,$$