

Scaling Relationship between the Number of Aftershocks and the Size of the Main Shock

Yoshiko Yamanaka* and Kunihiro Shimazaki

Earthquake Research Institute, The University of Tokyo,
Bunkyo-ku, Tokyo 113, Japan

The logarithmic number of aftershocks which occur within one month after a large shallow earthquake in Japan is found to be proportional to the logarithm of the seismic moment of the main shock. The proportional constants for interplate and intraplate earthquakes are different, but it turns out to reflect a similar difference in scaling relations of the fault area to the seismic moment between interplate and intraplate earthquakes. Thus we can derive the fundamental relationship that the aftershock number is proportional to the fault area of the main shock. This is consistent with the hypothesis that aftershocks are generated by unbroken strong patches on the main-shock fault, if the patch density is constant. Combining this new result with the results of previous studies on aftershocks, we propose that a rate of aftershock occurrence is given by

$$n(t) dt = \frac{kS 10^{-bM_{th}}}{(t+c)^p} dt,$$

where $n(t)$ indicates the number of aftershocks which occur t days after the main shock, S indicates the fault area of the main shock in km^2 , M_{th} is the threshold magnitude, b is the b -value of the Gutenberg-Richter relationship, and c and p are the c - and p -values, respectively, of the modified Omori formula. The constant k amounts to 13.4 for an interplate earthquake and to 31.7–63.5 for an intraplate earthquake depending on the assumption on its fault width. Apparently the areal density of aftershocks on the fault plane is higher for an intraplate earthquake than for an interplate earthquake. Further examination of the results suggests that the areal density of the aftershocks of a *continental* intraplate earthquake may be systematically higher than that of an *oceanic* intraplate earthquake. These differences may indicate some intrinsic difference in rupturing process among a continental intraplate, an oceanic intraplate, and an interplate events.

1. Introduction

It is a general rule that a large shallow earthquake is followed by many aftershocks, but exceptions certainly exist. Since the detection ability of observation system has recently improved, occurrence of a large event with few, if any, aftershocks should be

Received July 5, 1990; Accepted October 2, 1990

* To whom correspondence should be addressed.

related with some peculiar feature of the source process or the state of the crust near the source.

As a first step towards better understanding what controls the number of aftershocks, we investigate in this study the relationship between the number of aftershocks and the fault parameters of the main shock. It will be shown that the aftershock number is proportional to the fault area of the main shock.

There have been few studies on the relationship between the number of aftershocks and the fault parameter of the main shock. Instead, time decay of aftershock occurrence has been extensively studied. The Omori formula, that the aftershock number per unit time decreases in the hyperbolic rate, was found by Omori (1894). The modified Omori formula:

$$n(t) dt = \frac{K}{(t+c)^p} dt \quad (1)$$

was proposed by Utsu (1957) and has been widely used, where t is the time elapsed since the occurrence of the main shock, $n(t) dt$ is the number of aftershocks which occur in the time interval between t and $t+dt$ and K , c , and p are constants. K is dependent on the threshold magnitude of aftershock counted.

Recently, Singh and Suárez (1988) investigated the number of aftershocks for large shallow thrust earthquakes which occur along the circum-Pacific subduction zones. They assumed two scaling relations, i.e., $\log N = M_w + C_1$ and $\log N = 1.5 M_w + C_2$ where M_w is the moment magnitude, and C_1 and C_2 are constants. Based on these two relations they discussed lack or excess of aftershocks. They focused on the regional variation in the number of aftershocks in connection with the interaction between the oceanic and continental plates.

We show, at first, the relations between the seismic moment and the number of aftershocks. Second, the relations between the number of aftershocks and the fault area are described. Finally we propose a new formula which shows the average rate of aftershock occurrence as a function of the main-shock fault area, time elapsed since the main shock occurred, and the threshold magnitude.

2. Data Set and Method

Only aftershock sequences which occur in the Japan region will be treated in this study because of the regional variation of the aftershock number as suggested by Singh and Suárez (1988). All sequences are selected from the Seismological Bulletin of the Japan Meteorological Agency (JMA) from 1964 to 1987 according to the criteria described below.

Table 1 shows all the large shallow events selected as the main shocks used in this study. The magnitude threshold for the main shock is set to be 6.5. The smaller the threshold magnitude is, the more events may be used in this study. However, the seismic moments of earthquakes with JMA magnitude less than 6.5 is generally unavailable. We only use events whose seismic moment is known.

We use only shallow earthquakes, because deep events are rarely accompanied by aftershocks. Events with focal depth of 60 km and shallower are used in this study. We

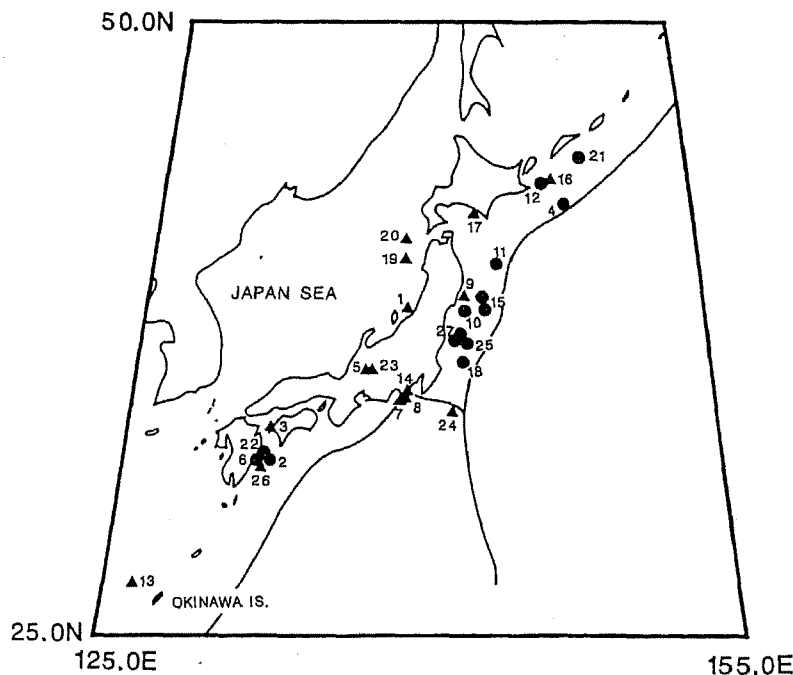


Fig. 1. The epicenters of main shocks used in this study. The solid circles represent interplate earthquakes and the triangles represent intraplate earthquakes. The numbers correspond to the event numbers in Table 1.

do not use the events before 1963, because the seismic moment of pre-WWSSN (World Wide Standardized Seismograph Network) events is often unavailable. Figure 1 shows the epicenters of the selected main shocks.

When the difference in magnitude between the largest event and the second largest is 0.6 or smaller, we regard the event as a doublet (Utsu, 1974). In the case of doublets, the sum of the seismic moments of the two events is used as the seismic moment of the main shock. Because of this procedure we cannot use aftershock sequences for which the seismic moment of the largest aftershock is unavailable, if the difference in magnitude between the main shock and the largest aftershock is 0.6 or smaller. Those include the 1968 Tokachi-Oki and the 1973 Nemuro-Oki earthquake sequences. This point will be discussed later in this paper.

Twenty-seven sequences are selected for this study. They are divided into two groups, interplate earthquakes (the solid circles in Fig. 1) and intraplate earthquakes (the solid triangles). Earthquakes which occur within the continental and the oceanic plates are both classified as intraplate events.

In most cases it is straightforward to distinguish the interplate and the intraplate events, but in some cases a few comments might be necessary to justify the classification and will be given in the following. For example, events 24 and 26 are classified as intraplate earthquakes because they are a normal fault earthquake (Seno, 1985; Fukushima *et al.*, 1988). Event 9 is also classified as an intraplate earthquake because Seno *et al.* (1978) showed a fault plane solution consistent with the down-dip compression

within the subducting slab. Events 1, 19, and 20, which occurred along the eastern margin of the Japan Sea, are treated as intraplate events. Although it has been suggested that the boundary between the North-American and Eurasian plates runs along the eastern margin of the Japan Sea (Nakamura, 1983; Mogi, 1985; Seno, 1983), the plate convergence of a small rate around 1 cm/year appears to be taken up within a broad belt-like (intraplate) region of the Japanese Islands.

We do not use a few large earthquakes that occurred in the margin of the JMA network, because those aftershocks may be too small to be located. Mochizuki *et al.* (1978) and Yokoyama (1984) showed that the magnitude threshold for detection near the margin of JMA network is larger than 4.5; all the aftershocks with magnitude 4.5 and above may not necessarily be listed in the JMA catalogue.

The event with magnitude 6.5 that occurred on July 26, 1986 near Okinawa Island, near the margin of JMA network, was accompanied by no reported aftershocks, and is not used in this study. Also event 13 occurred near Okinawa, but it is large enough (its magnitude is 6.7) to be accompanied by several aftershocks with JMA magnitude 4.5 and above.

We count the number of aftershocks which occur within a month after each main shock. If the constants c and p in the modified Omori formula, Eq. (1) are common in all the sequences, varying the time interval only causes an increase or decrease of the aftershock number by a constant ratio. According to Utsu (1969), the mean p -value in Eq. (1) is 1.3 and the mean c -value is 0.3 days. We set the time interval at one month. If it is too short, the aftershock number becomes too small. On the other hand, if it is too long, we may also count the events due to background activity. When an event is a doublet, we take one-month interval from the second event.

We count aftershocks within a calculated aftershock area to avoid background activity in the neighboring areas. This area, A , is calculated with the Utsu and Seki (1955) formula, $\log A = 1.02 M - 4$. We use the moment magnitude, M_w , for the magnitude M in this formula because the JMA magnitude is underestimated for earthquakes with $M_w \geq 7\frac{1}{2}$ (e.g., Utsu, 1982). Tajima and Kanamori (1985) suggested that the moment magnitude can be applied to the Utsu and Seki formula. We assumed a rectangular area with a ratio of length to width being 2:1 (see Fig. 2).

We set the threshold magnitude at 4.5; we only count the number of aftershocks with magnitude 4.5 and above. We plotted the cumulative number of aftershocks versus JMA magnitude for each sequence and assured that the threshold magnitude for detection is smaller than 4.5 in all cases. In the case of event 8, no aftershocks with magnitude larger than 4.5 took place. We estimated the number of aftershocks, N , by fitting the Gutenberg and Richter relation, $\log N = a - bM$ to the observed magnitude frequency plot (see Fig. 3). The b -value is assumed to be 1.0, and the number of aftershocks for this event is estimated to be 0.6. All the aftershock numbers thus counted are listed in Table 1.

When the threshold magnitude is larger than 4.5, we can also estimate the number of aftershocks with magnitude 4.5 and above by extrapolating the Gutenberg and Richter relation. But this would cause a serious error when the number of aftershocks is large, because the logarithmic scale is used. In the following analysis we do not use such a sequence. The 1978 Etorofu-Kinkai earthquake sequence is an example. This

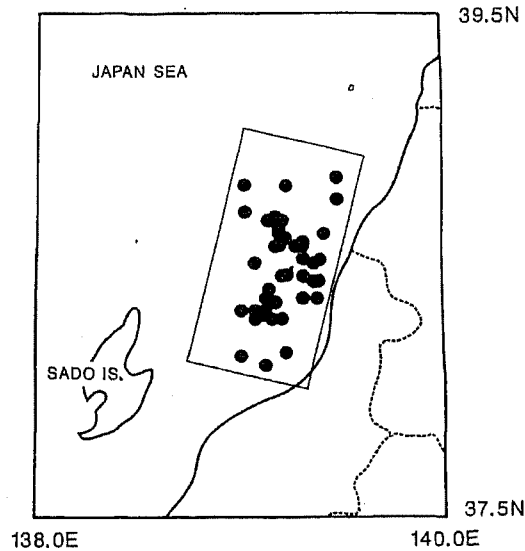


Fig. 2. The distribution of the aftershocks with magnitude 4.5 and above for event 1. We count the number within the rectangular area with a ratio of length to width being 2:1. It is shown by the fine line.

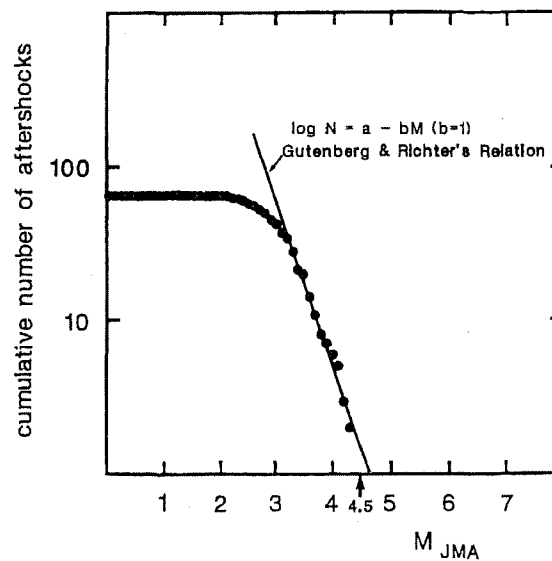


Fig. 3. The cumulative number (N) of aftershocks with magnitude M_j and above which occurred within a month after event 8. The line shows the Gutenberg and Richter relation, $\log N = a - bM$. Since for this event, no aftershocks with magnitude 4.5 and above were reported, we estimate the expected number of aftershocks with magnitude 4.5 and above using the above relation.

data will be examined later in this paper.

In the following we will use the weighted least-squares method to obtain empirical scaling relations. The variance in the logarithm of the aftershock number N is obtained

Table 1. The main shocks and their aftershock number.

No.	Date			M_J^{*2}	Dep. ^{*2}	M_0^{*2}	N^{*2}	Type ^{*3}	Region	Ref. ^{*4}
1	16	June	1964	7.5	40.0	3.2E27	43	A	Niigata	AB1
2	1	Apr.	1968	7.5	30.0	1.8E27	3	E	Hyuganada	SH
3	6	Aug.	1968	6.6	40.0	2.1E26	4	A	Bungosuido	SM
4	12	Aug.	1969	7.8	30.0	2.2E28	76	E	Hokkaido-Toho-Oki	AB2
5	9	Sept.	1969	6.6	0.0	3.5E25	6	A	Gifu-Nagano	MI
6	26	July	1970	6.7	10.0	4.1E26	4	E	Hyuganada	SH
7	9	May	1974	6.9	10.0	5.9E25	1	A	Izu-Oki	AB3
8	14	Jan.	1978	7.0	0.0	1.1E26	0.6	A	Izu-Oshima	SS
9	20	Feb.	1978	6.7	50.0	7.0E25	5	A	Miyagi-Oki	CMT
10	12	June	1978	7.4	40.0	3.4E27	9	E	Miyagi-Oki	CMT
11	20	Feb.	1979	6.5	0.0	3.5E25	2	E	Sanriku-Oki	CMT
12	23	Feb.	1980	6.8	30.0	5.6E26	8	E	Kurile	CMT
13	3	Mar.	1980	6.7	20.0	3.4E25	7	A	Okinawa	CMT
14	29	June	1980	6.7	10.0	4.1E25	4	A	Izuoshima-Kinkai	CMT
15* ¹	19	Jan.	1981	7.0	0.0	4.2E26	6	E	Miyagi-Oki	CMT
	23	Jan.	1981	6.6	0.0					CMT
16	3	Sept.	1981	6.5	30.0	7.5E25	1	A	Kurile	CMT
17	21	Mar.	1982	7.1	40.0	2.6E26	18	A	Urakawa-Oki	CMT
18	23	July	1982	7.0	30.0	3.9E26	9	E	Ibaraki-Oki	CMT
19	26	May	1983	7.7	14.0	4.6E27	65	A	Akita-Oki	CMT
20	21	June	1983	7.1	6.0	1.9E26	7	A	Aomori-Oki	CMT
21	24	Mar.	1984	6.8	40.0	6.4E26	5	E	Etorofu-Kinkai	CMT
22	7	Aug.	1984	7.1	33.0	2.9E26	1	E	Miyazaki-Oki	CMT
23	14	Sept.	1984	6.8	2.0	2.6E25	10	A	Gifu-Nagano	CMT
24	19	Sept.	1984	6.6	13.0	2.1E26	7	A	Boso-Oki	CMT
25	6	Feb.	1987	6.7	35.0	1.3E26	1	E	Fukushima-Oki	CMT
26	18	Mar.	1987	6.6	48.1	1.2E26	4	A	Miyazaki-Oki	CMT
27* ¹	7	Apr.	1987	6.6	44.0	2.2E26	4	E	Fukushima-Oki	CMT
	23	Apr.	1987	6.6	46.8					CMT

*¹ Earthquake doublet. *² M_J , JMA magnitude; Dep, hypocentral depth in km; M_0 , seismic moment in dyne·cm; N , observed number of aftershocks with JMA magnitude 4.5 and above, which occur within a month after the main shock. *³ E indicates interplate earthquakes, A indicates intraplate earthquakes. *⁴ The references are: AB1=Abe, 1975; SH=Shiono *et al.*, 1980; SM=Shiono and Mikumo, 1975; AB2=Abe, 1973; MI=Mikumo, 1973; AB3=Abe, 1978; SS=Shimazaki and Somerville, 1979; CMT=Dziewonski *et al.*, 1983 a, b, 1984, 1985, 1987 a, b, 1988 a, b, c, d.

as follows:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[\log N] &= \left(\frac{\partial \log N}{\partial N} \right)^2 \text{Var}[N] \\
 &= \frac{\text{Var}[N]}{(N \ln 10)^2} \\
 &= \frac{1}{N (\ln 10)^2}.
 \end{aligned}$$

Since aftershock sequence can be modeled as a non-stationary Poisson process (Lomnitz

and Hax, 1966), we can assume that the variance of the aftershock number is equal to the number itself. Thus the variance of $\log N$ is proportional to an inverse of the number itself. Please note that the above weighting scheme has nothing to do with the accuracy of counting aftershock numbers. We assume that accuracy is independent of the aftershock number. The larger weight on the large number is a result of the combined effect of two factors. The first is that we are concerned with the logarithm of the number and not the number itself. Thus, not the standard deviation itself, but the deviation relative to the observed value becomes important. The second is the very nature of the Poisson process, namely that the variance σ^2 is equal to the mean frequency μ . When the mean frequency of earthquake occurrence in a certain time interval is μ , then we can expect to observe $\mu \pm \sigma$ shocks, i.e., $\mu \pm \sqrt{\mu}$, shocks in that time interval. Thus the relative deviation becomes $\sqrt{\mu}/\mu$, that is $1/\sqrt{\mu}$, which is large when μ is small.

3. Number of Aftershocks and the Seismic Moment of the Main Shock

Figure 4 shows the relation between the logarithmic number of aftershocks and the logarithm of the seismic moment for all aftershock sequences listed in Table 1. Open circles are interplate earthquakes and solid circles are intraplate earthquakes. The figure suggests that the aftershock number for interplate earthquakes appears to be systematically smaller than that for intraplate earthquakes. The line in this figure was drawn based on an empirical approach and will be described in a later section.

Figures 5 and 6 show plots of $\log N$ versus $\log M_o$ for interplate and intraplate

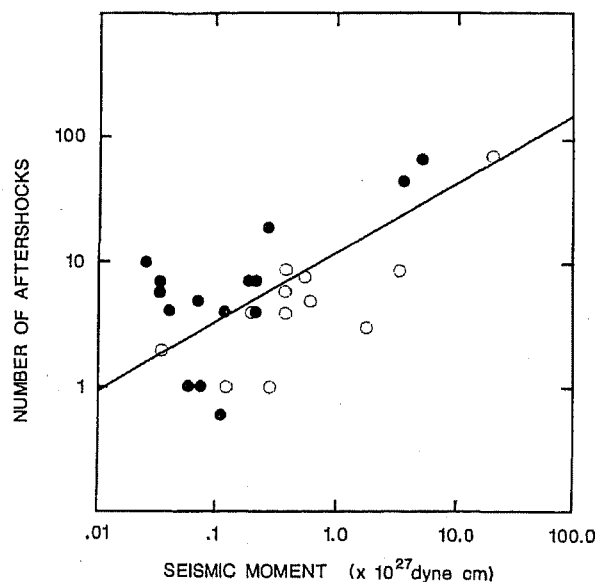


Fig. 4. A plot of logarithm of the number of aftershocks against that of seismic moment for all main shocks listed in Table 1. The open circles indicate the interplate earthquakes, the solid circles indicate the intraplate earthquakes. The straight line shows the relation, $\log N = 2/3 b \log M_o - 14.2$, where $b = 0.85$, derived from the standard aftershock sequence proposed by Utsu (1969).

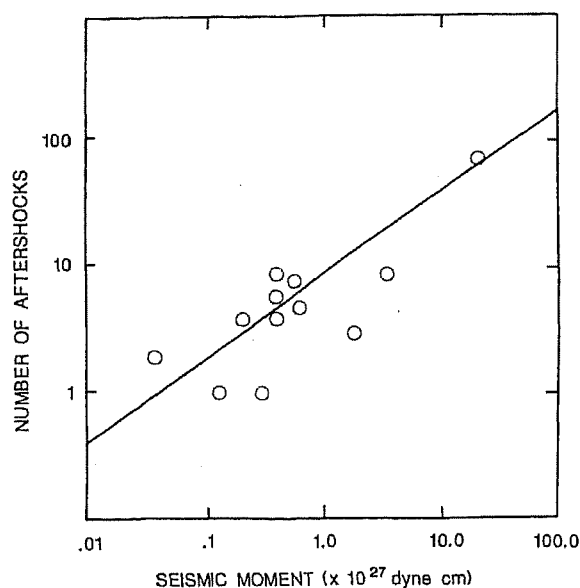


Fig. 5. A plot of logarithm of the number of aftershocks against that of seismic moment for interplate earthquakes. The best fit line with the slope of $2/3$ is shown in the figure.

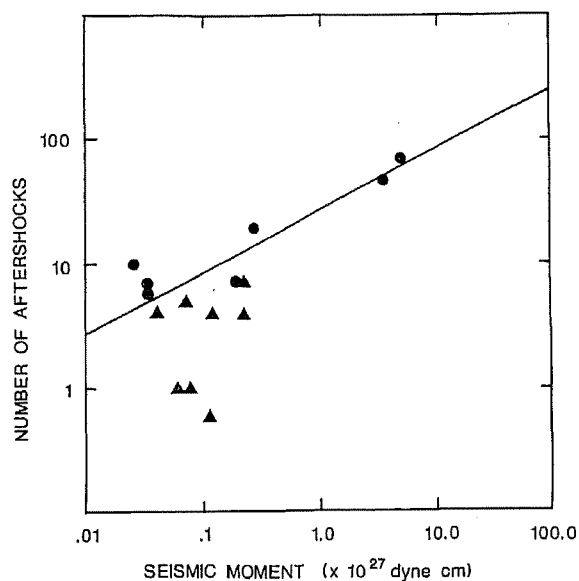


Fig. 6. A plot of logarithm of the number of aftershocks against that of seismic moment for intraplate earthquakes. The best fit line with the slope of $1/2$ is shown in the figure. The solid circles show intraplate earthquakes within the continental plate and the solid triangles those within the oceanic plate. A systematic difference between the two groups will be discussed in Discussion.

earthquakes, respectively. We obtain the regression lines between the logarithm of number of aftershocks and the logarithm of seismic moment (in unit of dyne·cm) by the weighted least-squares method,

$$\log N = 0.66 \log M_o - 16.86 \quad (2)$$

for interplate earthquakes, and

$$\log N = 0.51 \log M_o - 11.54 \quad (3)$$

for intraplate earthquakes. For intraplate events, there are a few events well below the best fit line. Because of the small number of aftershocks, the weight of those events is very small. There appears to be a systematic difference between intraplate earthquakes within the continental plate (shown by the solid circles in Fig. 6) and those within the oceanic plate (the solid triangles). This point will be discussed later.

The obtained slopes are different for the two groups. We test whether the difference of the two slopes is significant. The 95% confidence intervals for the slopes are 0.66 ± 0.044 ($0.62 \sim 0.70$) for interplate earthquakes and 0.51 ± 0.037 ($0.47 \sim 0.55$) for intraplate earthquakes. This result indicates that the difference between the two groups is statistically significant.

The slope of the best fit line for interplate earthquakes is very close to $2/3$, and that for intraplate earthquakes is very close to $1/2$. Thus we attempt to obtain the relationships by fixing the slopes at $2/3$ and $1/2$ for interplate and intraplate earthquakes, respectively. The obtained relationships are:

$$\log N = \frac{2}{3} \log M_o - 17.05 \quad (4)$$

for interplate earthquakes, and

$$\log N = \frac{1}{2} \log M_o - 12.08 \quad (5)$$

for intraplate earthquakes.

4. Scaling Relations

The results of the previous sections show that the logarithmic number of aftershocks is scaled with the seismic moment of the main shock but it shows different slopes for inter- and intraplate Japanese earthquakes. In this section we will show first that a similar scaling difference can be observed between inter- and intraplate Japanese events in relationship of the fault area to the seismic moment. And finally it will be shown that the difference in the scaling of aftershock number reflects the difference in the scaling of fault area.

The scaling relation for a large earthquake between the fault area and the seismic moment is well known. Kanamori and Anderson (1975) showed that $\log M_o \sim 1.5 \log S$ holds for earthquakes with $M \geq 6.0$. They also introduced similarities that the fault width and slip are suggested to be scaled with the fault length of a rectangular fault.

Thus the scaling relation between the fault area and the seismic moment can be interpreted as $M_o \propto S^{3/2} \propto L^3$, where L indicates the fault length, because the seismic moment M_o is proportional to a product of the fault area and the slip.

On the other hand, Shimazaki (1986) proposed a scaling law, $M_o \propto L^2$ for large intraplate earthquakes in Japan. Because the fault width, W , for large intraplate event ($M_o \geq 7.5 \times 10^{25}$ dyne·cm) is bounded by the thickness of the seismogenic layer, the fault width is not scaled with the fault length. Thus only the slip is found to be proportional to the fault length and we obtain $M_o \propto L^2$.

We recalculate below the relations between the seismic moment (in unit of dyne·cm) and the fault surface area (in unit of km²) for inter- and intraplate earthquakes in Japan. For interplate earthquakes we obtain the following relationship using events whose source parameters are known (see Fig. A1, Appendix).

$$\log S = \frac{2}{3} \log M_o - 14.87. \quad (6)$$

Sato (1979) obtained almost the same relationship using both inter- and intraplate earthquakes that Kanamori and Anderson (1975) compiled. If we introduce the geometrical similarity $L \propto W$ for interplate earthquakes, Eq. (6) can be interpreted as $M_o \propto S^{3/2} \propto L^3$.

For intraplate earthquakes, Shimazaki (1986) obtained the empirical relation between the fault length (in unit of km) and the seismic moment of large intraplate event as follows:

$$\log L = 0.524 \log M_o - 12.44 \quad \text{for } M_o \geq 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne} \cdot \text{cm}.$$

The slope he obtained is nearly equal to 0.5. Again we fix the slope to be 0.5 and obtain the following relationship (see Fig. 7),

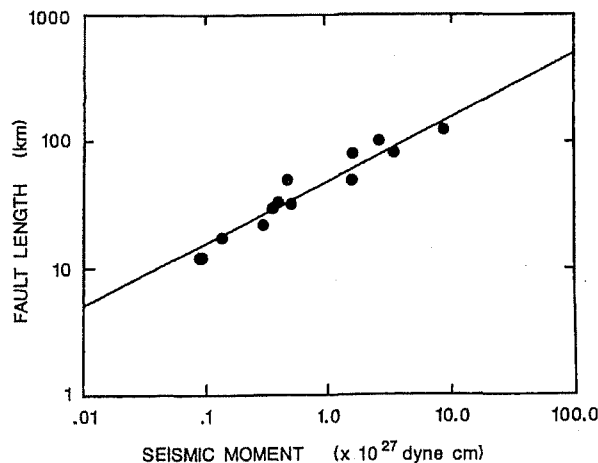


Fig. 7. A plot of logarithm of the fault length against that of seismic moment for the events whose moment is larger than 7.5×10^{25} dyne·cm. We used the same data set which was used by Shimazaki (1986). The best fit line with the slope of 1/2 is shown.

$$\log L = \frac{1}{2} \log M_o - 11.79. \quad (7)$$

These results suggest that the seismic moment is proportional to a cube of the fault length for interplate earthquakes and to a square of the fault length for intraplate earthquakes.

Comparison of the above relations (6) and (7) with the relations (4) and (5), naturally leads us to conclude that the difference of the slope between the relations (4) and (5) reflect the difference of the scaling relations (6) and (7) between the interplate and intraplate earthquakes.

The relations (4) and (6) indicate that the logarithms of both the number of aftershocks and the fault area are in proportion to the logarithm of the seismic moment and the two proportional constants are the same, i.e., $2/3$. Thus the number of aftershocks is in proportion to the fault area for interplate earthquakes. We obtain the following relationship from relations (4) and (6):

$$\log N = \log S - 2.18. \quad (8)$$

By using relations (5) and (7), we also obtain a similar result for intraplate earthquakes,

$$\log N = \log L - 0.29. \quad (9)$$

This relationship shows that for intraplate earthquakes the number of aftershocks is in proportion to the fault length. Since the fault length becomes proportional to the fault area when the fault width is limited by the thickness of the seismogenic layer, we rewrite Eq. (9) by using the fault width W as follows:

$$\log N = \log \frac{S}{W} - 0.29 = \log S - \log W - 0.29.$$

The relation indicates that the number of aftershocks is proportional to the fault area also for intraplate earthquakes. The fault width for intraplate earthquakes is usually about 15–20 km, but sometimes becomes as large as 30 km for dipping faults. By assuming that the fault width ranges from 15 to 30 km, the above relation is rewritten as follows:

$$\log N = \log S - (1.47 \sim 1.77). \quad (10)$$

5. Areal Density of Aftershock Numbers

We can calculate the average areal densities of aftershocks from the relationships between the aftershock number and the fault area obtained in the previous section for interplate and intraplate earthquakes.

For interplate earthquakes, the calculated areal density from relation (8) is $7.2 \times 10^{-3}/\text{km}^2$. For intraplate earthquakes, we calculate the areal density from the obtained relationship (10) by assuming that the width of a fault is 15–30 km. The areal density of intraplate earthquakes is estimated to be $3.4 \sim 1.7 \times 10^{-2}/\text{km}^2$. Note that these densities refer to aftershocks which occur within a month after the main shock and with JMA magnitude 4.5 and above. The difference in the areal density between inter- and

intraplate earthquakes will be discussed later.

6. Empirical Approach

In this section we will describe an empirical approach and will show a similar but different result obtained from our approach. It will help us to understand the basic difference between our new approach in this study and the conventional empirical one.

The straight line in Fig. 4 shows a relation obtained on the basis of the empirical formula as will be shown below. We assume that the number of aftershocks obeys the modified Omori's formula, Eq. (1). Utsu (1969) showed that the Gutenberg and Richter relationship holds for the aftershock sequence. He proposed the following formula for a 'standard' aftershock sequence; the number of aftershocks which occur t days after the main shock is given as

$$n(t) dt = \frac{10^{b(M_1 - M_{th}) - a}}{(t + c)^p} dt \quad (11)$$

$$a = 1.83; \quad b = 0.85;$$

$$c = 0.3; \quad p = 1.3$$

where M_1 is the magnitude of main shock and M_{th} is the threshold magnitude of the aftershocks. In Eq. (11), 0.85 shows the mean of the observed b -value of the Gutenberg-Richter relation for the aftershock sequence in Japan, 1.3 the mean of the observed p -value, and 0.3 the mean of the observed c -value (in days). From Eq. (11), the total number of aftershocks within t days is represented by the following equation:

$$N = \int_{t_1}^{t_2} n(t) dt = \begin{cases} \left[-\frac{10^{b(M_1 - M_{th}) - a}}{(p-1)(t+c)^{p-1}} \right]_{t_1}^{t_2} & \text{when } p \neq 1 \\ [10^{b(M_1 - M_{th}) - a} \log |t+c|]_{t_1}^{t_2} & \text{when } p = 1. \end{cases}$$

In this study the threshold magnitude is set at 4.5 and one-month time interval is used. By substituting these values into the above formula and by using the relation, $\log M_o = 1.5M_1 + 16.1$ (Kanamori, 1977), we obtain the relationship between the number of aftershocks and the seismic moment of the main shock. The relation obtained from conventional treatment of empirical formula by using the means of the observed c - and p -values is

$$\log N = \frac{2}{3} b \log M_o - 17.06 b + 0.55,$$

$$b = 0.85. \quad (12)$$

The above relation is shown in Fig. 4.

The proportional constant between the logarithmic aftershock number and the logarithm of the seismic moment is independent of the c - and p -values, but dependent on the b -value. If there is a systematic difference between the b -values of aftershock sequence for interplate and intraplate earthquakes, we might be able to explain the observed difference in the proportional constants described in the previous section.

However, any systematic difference of b -value was not found in Utsu (1969), who thoroughly investigated the b -value of aftershock sequences in Japan. We also attempt to estimate the b -values of the aftershock sequences used in this study. Errors in estimation are relatively large because of small number of samples and no systematic difference of b -values is found between inter- and intraplate earthquakes. Thus we can conclude that the difference of the slope is not caused by the difference in b -value.

7. Aftershock Number for Standard Aftershock Sequence

Utsu (1969) proposed Eq. (11) as a standard rate of occurrence of aftershocks per day. However, as shown in the previous section, Eq. (11) does not explain the difference between the inter- and intraplate earthquakes. In this section we propose a new formula for the occurrence rate of aftershocks.

In the previous section we showed that the number of aftershocks is proportional to the fault area. By assuming the Gutenberg-Richter relation and by using the modified Omori formula, our result leads us to propose:

$$n(t) dt = \frac{kS 10^{-bM_{th}}}{(t+c)^p} dt, \quad (13)$$

where $n(t)$ indicates the number of aftershocks which occur t days after the main shock. S indicates the fault area (in unit of km^2), M_{th} is the threshold magnitude, b , c , and p are the b -, c -, and p -values, respectively. The constant k is different between inter- and intraplate earthquakes.

Setting the time interval at one month and threshold magnitude at 4.5, and using 0.85, 0.3, and 1.3 as the b -, c -, and p -values, respectively, we obtain k -values as $k = 13.44$ for interplate earthquakes, and $k = 31.74 \sim 63.47$ for intraplate earthquakes.

8. Discussion

Yamashita and Knopoff (1987) showed that the Omori formula can be explained by the consequences of either of the two models of aftershock occurrence. In Model I they assume that some locked patches on a fault surface of the main shock produce aftershocks. These appear to represent "barriers," portions of the fault plane that remain unruptured (Das and Aki, 1977). In Model II, they assume that some small satellite faults surrounding the main-shock fault area produce aftershocks. If Model I holds and if the average areal density of locked patches is constant, the aftershock number becomes proportional to the main-shock fault area. On the other hand, if Model II holds and if the linear density of satellite faults along the edge of the main-shock fault is constant, the aftershock number becomes in proportion to the fault length. Our result is consistent with their Model I, because the aftershock number is proportional to the fault area of the main shock.

In our study we assume that there is no systematic local variation of aftershock number in the Japan region. According to Tsuboi *et al.* (1988), who examined a spatial variation in the number of aftershocks that occur in Japan, some local variation may be found. They suggested that it may be caused by the difference in the strength of

coupling on the plate interface as was proposed by Singh and Suárez (1988).

Instead of local variation, it may be worthwhile to examine whether there exist any systematic difference in aftershock number between oceanic and continental intraplate earthquakes. Events 3, 7, 8, 9, 14, 16, 24, and 26 are intraplate events which occur within the oceanic plates, i.e., the Pacific and the Philippine Sea plates. They are shown by the solid triangles in Fig. 6 while continental events are shown by the solid circles. A systematic difference between the two groups should be noted. Especially the numbers of aftershocks for three events (events 7, 8, and 16) are well below the fitted line in Fig. 6. Events 7 and 8 occurred within the Philippine Sea plate near the Izu Peninsula. It is also interesting to note that the aftershock number of the 1930 North-Izu earthquake, which took place within the Izu Peninsula on the Philippine Sea plate, is also very small. The seismic moment of this earthquake is 2.7×10^{26} dyne·cm, and only 3 aftershocks with magnitude 4.5 and above occurred within one month after the main shock although 13.7 aftershocks are predicted from Eq. (5).

If we use only the continental intraplate events, we obtain by the weighted least-squares method,

$$\log N = 0.43 \log M_0 - 10.00$$

instead of Eq. (3). The proportional constant is close to 0.5 and it is definitely different from that of the interplate event, i.e., $2/3$. Thus our conclusions would not be changed if we only use the continental intraplate events. For the oceanic intraplate events, we cannot reliably derive any relationship because the seismic moments of all the events are smaller than 3×10^{26} dyne·cm.

As was shown in the previous section, the areal density of aftershocks on the main-shock fault plane is higher for an intraplate earthquake than for an interplate earthquake. Further, it was suggested in this section that the areal density of a continental intraplate event may be systematically higher than that of an oceanic intraplate event. If the barriers, unbroken strong patches after an earthquake (Das and Aki, 1977; Mikumo and Miyatake, 1978) generate aftershocks, as was supported by Model I of Yamashita and Knopoff (1987), the above result indicates some intrinsic difference in rupturing process between intraplate and interplate earthquakes and also between continental and oceanic intraplate earthquakes. Continental intraplate earthquakes are suggested to be the most effective in the stress-roughening process (Aki, 1984). In other words, the above result suggests that the fault area is most heterogeneous after the occurrence of continental intraplate events.

Since the fault area is often determined from the aftershock distribution, one might argue that our result may be only a reflection of that the aftershock number is proportional to the aftershock area. Actually Seino (1984) and Ogata (1989) suggested that the number of aftershocks is in proportion to the aftershock area. However, if the fundamental physics lies in this proportionality, it would be difficult to explain why we obtain two different proportionality constants in the empirical relations between the logarithmic aftershock number and the logarithm of the seismic moment of the main shock.

One might argue that our results depend too much on a single event whose aftershock number is the largest, because of the weighting scheme introduced in the least-square

fit. This argument appears valid for interplate events shown in Fig. 5, but is groundless for intraplate events. When the data excepting the largest event in each data set are used, we obtain the slope of 0.45 for intraplate earthquakes, which is close to $1/2$, but for interplate events the slope of 0.26, far from $2/3$.

However, supporting evidence of the slope of $2/3$ for interplate events comes from the data set we discarded as less reliable. In Fig. 8, three data points which are not used in the above analysis are also plotted by the open triangles. These data points appear to fit well to the $2/3$ slope. Actually we obtain the least-square slope of 0.69 by using all events plotted in Fig. 8. Two of the three new points are the 1968 Tokachi-Oki (denoted by T in Fig. 8) and the 1973 Nemuro-Oki (N) sequences for which the seismic moment of the largest aftershock is unavailable while the difference in magnitude between the largest aftershock and the main shock is 0.6 or smaller. Instead of the sum of the moments of the main shock and the largest aftershock, the seismic moment of the main shock is used. Further, the threshold magnitude of these aftershocks appears to be slightly larger than 4.5. The third data point (E) represents the 1978 Etorofu-Kinkai earthquake sequence for which the threshold magnitude appears to be 4.8~5.1. We did not try to extrapolate the Gutenberg and Richter relation, because it is too subjective. Thus we plot the observed aftershock number.

9. Conclusion

We investigate the relation between the number of aftershocks and the source parameters of the large earthquakes that occur in Japan. And we obtain the results as follows.

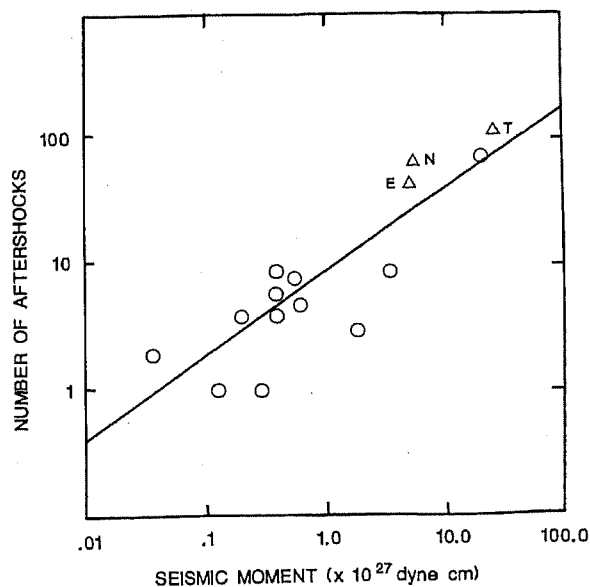


Fig. 8. Same as Fig. 5 except that three data points are added. They are shown by the open triangles: T, N, and E indicate the 1968 Tokachi-Oki, the 1973 Nemuro-Oki, and the 1978 Etorofu-Oki aftershock sequences, respectively.

The number of aftershocks with magnitude 4.5 and above which occur within a month after the main shock in Japan is proportional to the fault area, and is given as:

$$N = 7.2 \times 10^{-3} S \quad \text{for interplate earthquakes,}$$

and

$$N = 1.7 \sim 3.4 \times 10^{-2} S \quad \text{for intraplate earthquakes.}$$

The proportional relations are consistent with the hypothesis that aftershocks are generated by unbroken strong patches, or barriers on the main-shock fault, if the patch density is constant.

Reflecting the difference between the scaling relations for inter- and intraplate earthquakes, the relations between the aftershock number and the seismic moment are derived as

$$\log N = \frac{2}{3} \log M_o - 17.05$$

for interplate earthquakes, and

$$\log N = \frac{1}{2} \log M_o - 12.08$$

for intraplate earthquakes.

Further, we proposed the standard rate of aftershock occurrence, which is shown in Eq. (13).

The areal density of aftershocks on the main-shock fault for intraplate events is a few times as large as that for interplate events. This may indicate that the fault area after the main shock is more heterogeneous for intraplate earthquakes than that for interplate earthquakes. Further examination suggests that it may be slightly more heterogeneous for continental intraplate earthquakes than that for oceanic intraplate events.

We would like to thank Prof. T. Yamashita, who carefully read the manuscript and made valuable suggestions. We also wish to express our gratitude to Prof. K. Abe, Dr. T. Miyatake, and Dr. D. Weichert for their helpful comments on the manuscript.

REFERENCES

- Abe, K., Tsunami and mechanism of great earthquakes, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **7**, 143–153, 1973.
- Abe, K., Re-examination of the fault model for the Niigata earthquake of 1964, *J. Phys. Earth*, **23**, 349–366, 1975.
- Abe, K., Dislocations, source dimensions and stresses associated with earthquakes in the Izu Peninsula, Japan, *J. Phys. Earth*, **26**, 253–274, 1978.
- Aki, K., Asperities, barriers, characteristic earthquakes and strong motion prediction, *J. Geophys. Res.*, **89**, 5867–5872, 1984.

- Das, S. and K. Aki, Fault plane with barriers: a versatile earthquake model, *J. Geophys. Res.*, **82**, 5658–5670, 1977.
- Dziewonski, A. M., J. E. Franzen, and J. H. Woodhouse, Centroid-moment tensor solutions for April–June 1983, January–March, July–September 1984, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **33**, 243–249, 1983 a; **34**, 209–219, 1984; **38**, 203–213, 1985.
- Dziewonski, A. M., G. Ekstrom, J. E. Franzen, and J. H. Woodhouse, Global seismicity of 1978, 1979, 1980, 1981, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **46**, 316–342, 1987a; **48**, 18–46, 1987b; **50**, 127–154, 1988a; **50**, 155–182, 1988b.
- Dziewonski, A. M., G. Ekstrom, J. E. Franzen, and J. H. Woodhouse, Centroid-moment tensor solutions for January–March, April–June 1987, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **50**, 116–126, 1988c; 215–225, 1988 d.
- Dziewonski, A. M., A. Friedman, D. Giardini, and J. H. Woodhouse, Global seismicity of 1982: Centroid-moment tensor solutions for 308 earthquakes, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **33**, 76–90, 1983 b.
- Fukushima, T., D. Suetsugu, and I. Nakanishi, Single station moment tensor inversion for near earthquakes, *J. Phys. Earth*, **36**, 125–133, 1988.
- Kanamori, H., The energy release in great earthquakes, *J. Geophys. Res.*, **82**, 2981–2987, 1977.
- Kanamori, H. and D. L. Anderson, Theoretical basis of some empirical relations in seismology, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **65**, 1073–1095, 1975.
- Lomnitz, C. and A. Hax, Clustering in aftershock sequences, *Geophys. Monogr.*, **10**, 502–508, 1966.
- Mikumo, T., Faulting mechanism of the Gifu earthquake of September 9, 1969, and some related problems, *J. Phys. Earth*, **21**, 191–212, 1973.
- Mikumo, T. and T. Miyatake, Dynamical rupture process on a three-dimensional fault with non-uniform frictions and near-field seismic waves, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **54**, 417–438, 1978.
- Mochizuki, E., E. Kobayashi, and M. Kishio, Hypocenter determination ability of JMA seismological observation system during 1965–1974, *Q. J. Seismol.*, **42**, 23–30, 1978 (in Japanese).
- Mogi, K., Tectonic singularities of the epicentral region of the 1983 Japan Sea earthquake, *Zisin* 2, **38**, 262–265, 1985 (in Japanese).
- Nakamura, K., The possibility of the new trench along the eastern margin of the Japan Sea, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **58**, 711–722, 1983 (in Japanese).
- Ogata, Y., Statistical model for standard seismicity and detection of anomalies by residual analysis, *Tectonophysics*, **169**, 159–174, 1989.
- Omori, F., On the aftershocks of earthquake, *J. Coll. Sci. Imp. Univ. Tokyo*, **7**, 111–200, 1894.
- Sato, R., Theoretical basis on relationships between focal parameters and earthquake magnitude, *J. Phys. Earth*, **27**, 353–372, 1979.
- Sato, R., K. Abe, Y. Okada, K. Shimazaki, and Y. Suzuki, *Handbook on Earthquake Fault Parameters of Japan*, Kajima shuppankai, Tokyo, 390 pp., 1989 (in Japanese).
- Seino, M., Statistical relations among magnitude, number and area of epicentral region, for earthquake clusters, *Zisin* 2, **37**, 89–98, 1984 (in Japanese).
- Seno, T., A consideration on the “Japan Sea subduction hypothesis” —Seismic slip vectors along the Japan Trench—, *Zisin* 2, **36**, 270–273, 1983 (in Japanese).
- Seno, T., The Boso-Oki earthquake ($M_s=6.7$) of September 18, 1984 and its tectonic implication, Programme and Abstract, Seismological Society of Japan, No. 1, 35, 1985 (in Japanese).
- Seno, T., K. Ishibashi, and K. Sudo, The focal mechanism of the Miyagi-Oki earthquake of February 20, 1978, Programme and Abstract, Seismological Society of Japan, No. 1, 96,

- 1978 (in Japanese).
- Shimazaki, K., Small and large earthquakes: the effects of the thickness of seismogenic layer and the free surface, in *Earthquake Source Mechanics, Maurice Ewing Series 6*, ed. S. Das, J. Boatwright, and C. H. Scholz, pp. 209–216, A.G.U., Washington, D.C., 1986.
- Shimazaki, K. and P. Somerville, Static and dynamic parameters of the Izu-Oshima, Japan earthquake of January 14, 1978, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **69**, 1343–1378, 1979.
- Shiono, K. and T. Mikumo, Tectonic implications of subcrustal, normal faulting earthquakes in the western Shikoku region, Japan, *J. Phys. Earth*, **23**, 257–278, 1975.
- Shiono, K., T. Mikumo, and Y. Ishikawa, Tectonics of the Kyusyu-Ryukyu arc as evidenced from seismicity and focal mechanism of shallow to intermediate-depth earthquakes, *J. Phys. Earth*, **28**, 17–43, 1980.
- Singh, S. K. and G. Suárez, Regional variation in the number of aftershocks ($m_b \geq 5$) of large, subduction-zone earthquakes ($M_w \geq 7.0$), *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **78**, 230–242, 1988.
- Tajima, F. and H. Kanamori, Global survey of aftershock area expansion patterns, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **40**, 77–134, 1985.
- Tsuboi, Y., T. Unosawa, and T. Sato, The relation between short-period seismic motion and aftershock number, Programme and Abstract Seismological Society of Japan, No. 1, 23, 1988 (in Japanese).
- Utsu, T., Magnitude of earthquakes and occurrence of their aftershocks, *Zisin 2*, **10**, 35–45, 1957 (in Japanese).
- Utsu, T., Aftershocks and earthquake statistics (I) Source parameters which characterize an aftershock sequence and their interrelations, *J. Fac. Sci., Hokkaido Univ., Ser. VII*, **3**, 129–195, 1969.
- Utsu, T., Space-time pattern of large earthquakes occurring off the Pacific Coast of the Japanese Islands, *J. Phys. Earth*, **22**, 325–342, 1974.
- Utsu, T., Relationships between earthquake magnitude scales, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **57**, 465–497, 1982 (in Japanese).
- Utsu, T. and A. Seki, A relation between the area of after-shock region and the energy of main-shock, *Zisin*, **7**, 233–240, 1955 (in Japanese).
- Yamashita, T. and L. Knopoff, Models of aftershock occurrence, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **91**, 13–26, 1987.
- Yokoyama, H., Epicenter determination ability of the recent JMA network, *Q. J. Seismol.*, **49**, 53–65, 1984 (in Japanese).

APPENDIX

We derive a scaling relation for a Japanese interplate event by using the data set listed in Table A1. The table shows all the Japanese interplate events whose source parameters are known (Sato *et al.*, 1989). The fault area is calculated as a product of the fault length and width. If the event is a multiple shock, we use the sum of the fault area of all the subevents. Figure A1 shows the relation between the fault area and the seismic moment. The regression line is obtained by the least-squares method as

$$\log S = 0.67 \log M_0 - 14.96.$$

Table A1. Fault area and seismic moment of the Japanese interplate earthquakes.

Date			Fault area* (10 ³ km ²)	Seismic moment* (dyne·cm)	Region
20	Sept.	1498	17.60	7.0E28	(Meio) Tokai
30	Feb.	1605	31.00	1.2E29	(Keicho) Tokai
2	Dec.	1611	12.25	6.9E28	(Keicho) Sanriku
28	Oct.	1707	49.55	1.5E29	(Hoei) Tokai, Nankaido
17	Feb.	1793	3.60	6.3E27	(Kansei) Miyagi-Oki
23	Dec.	1854	23.05	4.6E28	(Ansei) Tokai
24	Dec.	1854	28.50	8.1E28	(Ansei) Nankaido
23	Aug.	1856	8.40	3.1E28	(Ansei) Hachinohe-Oki
15	June	1896	10.50	5.9E28	(Meiji) Sanriku
5	Aug.	1897	3.60	5.7E27	(Meiji) Miyagi-Oki
1	Sep.	1923	4.46	8.0E27	Kanto
9	Mar.	1931	3.00	1.0E27	Hachinohe-Oki
11	July	1935	0.07	2.2E25	Shizuoka
23	May	1938	3.00	4.0E27	Shioya-Oki
5	Nov.	1938	6.00	7.0E27	Shioya-Oki
5	Nov.	1938	6.00	4.8E27	Shioya-Oki
6	Nov.	1938	3.83	3.8E27	Shioya-Oki
7	Nov.	1938	4.28	3.2E27	Shioya-Oki
4	Mar.	1952	13.00	2.6E28	Tokachi-Oki
7	Nov.	1958	12.00	4.4E28	Etorofu-Oki
12	Aug.	1961	1.00	4.2E26	Kushiro-Oki
13	Oct.	1963	37.50	7.5E28	Etorofu-Oki
17	Mar.	1965	0.18	5.0E25	Aomori-Toho-Oki
29	Mar.	1965	0.15	5.5E25	Aomori-Toho-Oki
1	Apr.	1968	1.79	1.8E27	Hyuganada
23	May	1968	0.07	1.3E25	Iwate-Oki
11	Nov.	1968	0.06	7.5E24	Sanriku-Oki
12	Aug.	1969	15.30	2.2E28	Hokkaido-Toho-Oki
28	May	1970	0.05	9.0E24	Iwate-Oki
26	July	1970	0.74	4.1E26	Hyuganada
17	June	1973	6.00	6.7E27	Nemuro-Oki
12	June	1978	2.07	3.1E27	Miyagi-Oki
23	July	1982	0.60	2.8E26	Ibaraki-Oki

* All the data are taken from Sato *et al.* (1989).

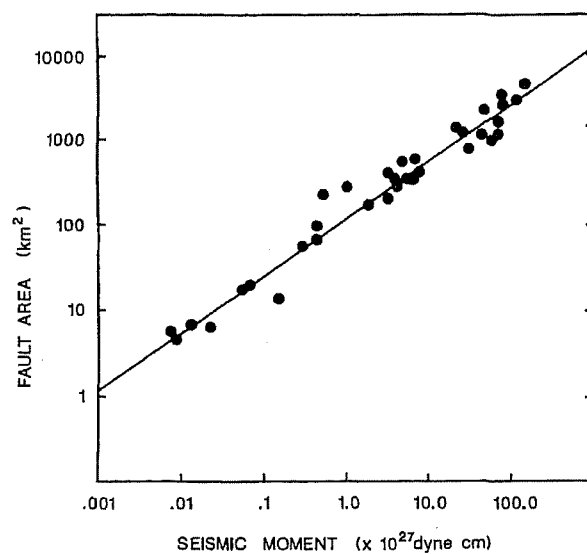


Fig. A1. A plot of logarithm of the fault area against that of the seismic moment for events listed in Table A1. The straight line shows the best fit line with the slope of $2/3$.

Since the slope of this regression line is close to $2/3$, we obtain the best fit line by fixing the slope at $2/3$ as

$$\log S = \frac{2}{3} \log M_0 - 14.87,$$

and show it in Fig. A1.

余震数と本震の大きさとの間のスケーリング則

山中佳子*、島崎邦彦

日本国 113 東京都文京区 東京大学地震研究所

日本において震源の浅い大地震が発生した後、1 カ月以内に起きた余震の数の対数は、本震の地震モーメントの対数と比例することがわかった。プレート間地震とプレート内地震により比例定数は異なるが、プレート間地震とプレート内地震の間では、断層面積の地震モーメントに対するスケーリング関係において似たような違いを反映している事がわかる。よって私たちは、余震の数は本震の断層面積に比例するという基本関係を得ることができる。これは、本震の断層上の壊れないままになっていた強いパッチの密度が一定の場合、余震はこのパッチにより発生するという仮説に一致している。この新しい結果を今までの余震に関する研究と組み合わせて、私たちは余震発生率が以下で与えられることを提案する。

$$n(t) dt = \frac{kS 10^{-bM_{th}}}{(t+c)^p} dt,$$

ここで $n(t)$ は本震 t 日後に発生する余震数を示す。 S は本震の断層面積 (km^2) を、 M_{th} はマグニチュードの閾値、 b はグーテンベルク・リヒター則の b 値、 c 及び p はそれぞれ改良大森公式の c 値及び p 値である。定数 k はプレート間地震については 13.4、プレート内地震についてはその断層幅に関する仮定に依存し 31.7~63.5 である。断層面上におけるプレート内地震の余震の密度はプレート間地震よりも明らかに高い。結果をさらに検討したところ、陸のプレート内地震の余震の面積密度は、海のプレート地震のそれよりも体系的に高くなる可能性が示唆された。これらの違いは、陸のプレート内地震、海のプレート内地震及びプレート間地震の間での破壊過程が何か本質的に異なることを示しているのかもしれない。

1. はじめに

浅い震源の大地震の後たくさんの余震が発生するのが一般的だが、例外もいくらか存在する。

観測システムの検出能力が最近向上してきたことから、(場合によっては)余震があまりない大地震が発生するのは、震源過程または震源近傍の地殻の状態に、何か特殊な特徴が関係しているはずである。

余震の数を何が制御しているか、より理解するための最初のステップとして、私たちは本研究で、余震の数と本震の断層パラメータの関係を調べた。余震の数は本震の断層面積に比例することを示すつもりである。

* 1990 年 7 月 5 日受付、1990 年 10 月 2 日受理

*連絡先

余震の数と本震の断層パラメータとの間の関係に関する研究はあまりなかった。代わりに、余震発生時の時間減衰は広く研究されている。大森公式は単位時間当たりの余震数が双曲線の形で減少するというもので、大森[1894]が発見した。Utsu (1957)が提案した改良大森公式：

$$n(t) dt = \frac{K}{(t+c)^p} dt \quad (1)$$

が広く使われてきている。ここで t は本震発生からの経過時間、 $n(t)dt$ は t と $t+dt$ の間に発生した余震の数、 K 、 c 、 p は定数である。 K は数えた余震のマグニチュードの閾値に依存する。

近年、Singh and Suarez (1988)は、環太平洋の沈み込み帯に沿って発生する、震源が浅く大規模なスラスト地震の数を調査した。彼らは2つのスケーリング関係、即ち、

$$\log N = M_w + C_1, \quad \log N = 1.5M_w + C_2$$

を仮定した。ここで M_w はモーメントマグニチュード、 C_1 及び C_2 は定数である。これら2つの関係に基づき、彼らは余震の不足または過剰を検討した。彼らは、海のプレートと陸のプレートの相互作用に関連して、余震数の地域差に注目した。

最初に、私たちは地震モーメントと余震数の関係を示す。次に、余震の数と断層面積の関係について説明する。私たちは最後に、本震断層面積、本震発生後の経過時間、及びマグニチュードの閾値の関数として、余震の平均発生確率を表す新しい式を提案する。

2. データセット及び手法

Singh and Suarez (1988)が示唆したように余震数には地域差があるため、本研究では日本地域で発生する余震のみを取り扱う。以下の基準に従い、1964～1987年の日本の気象庁(JMA)の地震年報から全ての地震を選定している。

表1に本研究で使った、本震として選択した全ての震源の浅い大地震を示す。本震のマグニチュードの閾値は6.5に設定した。マグニチュードの閾値が小さくなるほど、より多くの地震が本研究で利用可能となる。しかし、JMA マグニチュードが6.5未満の地震の地震モーメントは一般に利用できない。私たちは地震モーメントが既知の地震のみ利用している。

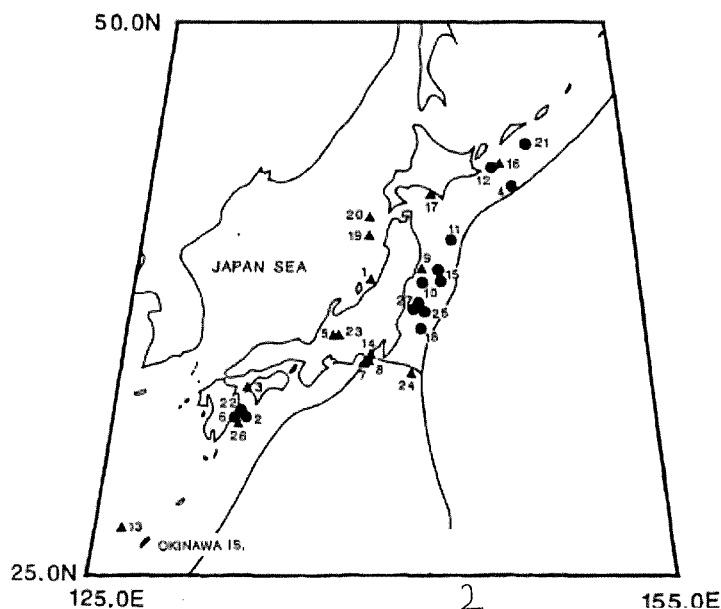


図 1 本研究で使用した本震の震央。●はプレート間地震、▲はプレート内地震を表す。番号は表 1 の地震番号に対応する。

私たちは浅い震源の地震のみ利用している。というのも、震源が深い地震はあまり余震を伴わないからである。震源深さが 60km 以下の地震を本研究に使用する。WWSSN（世界標準地震観測網）開始前の地震の地震モーメントは利用できないことが多いため、私たちは 1963 年より前の地震を利用しない。図 1 に選定した本震の震央を示す。

最大地震と 2 番目に大きな地震のマグニチュードの差が 0.6 以下の時、私たちは地震を双子型と見なす（Utsu, 1974）。双子型の場合、2 つの地震の地震モーメントの合計を本震の地震モーメントとして使用する。この手順のため、本震と最大余震のマグニチュードの差が 0.6 以下の場合には、私たちは最大余震の地震モーメントを利用できないので余震群を利用できなかった。その中には 1968 年十勝沖地震や 1973 年根室沖地震の余震群が含まれる。この点は本論文の後の方で検討する。

本研究のために 27 の余震群を選定している。それらは 2 つのグループ、すなわちプレート間地震（図 1 の●）とプレート内地震(▲)に分けられる。陸のプレートや海のプレートの中で発生した地震はどちらともプレート内地震として分類される。

ほとんどの場合、プレート間地震とプレート内地震に区別するのが素直であるが、分類を決めるのにいくつかの解釈が必要な場合があり、以下に説明する。例えば、24 と 26 の地震は、それらが正断層の地震であるため、プレート内地震として分類される（Seno, 1985; Fukushima et al., 1988）。Seno et al. (1978)が、メカニズム解が沈み込むスラブ内のダウンディップコンプレッション型（DC 型）に一致することを示しているため、地震 9 もプレート内地震に分類される。また、1、19 及び 20 の地震は日本海東縁沿いに発生したが、プレート内地震として取り扱う。北米プレートとユーラシアプレートの間の境界が、日本海東縁沿いに走っている（Nakamura, 1983; Mogi, 1985; Seno, 1983）とされているが、年に約 1cm と小さい速度でのプレート収束は日本列島の幅の広いベルトのような(プレート内)領域の中で起きているように見える。

私たちは JMA 観測網の端で発生したいくつかの大地震を使用しない。その理由は、余震を決定するためには規模が小さすぎるためである。Mochizuki et al. (1978)や Yokoyama (1984)は、JMA 観測網の端付近のマグニチュードの検出能力を 4.5 より大きくしている。マグニチュード 4.5 以上の余震全ては、JMA カタログの中には必ずしも載っていない可能性がある。

気象庁観測網の外付近にある沖縄本島近くで 1986 年 7 月 26 日に発生したマグニチュード 6.5 の地震は記録された余震が全くなかったのでこの研究では使用していない。地震 13 もまた沖縄付近で発生したが、これは十分大きく（マグニチュード 6.7）、気象庁マグニチュードが 4.5 以上の余震をいくつか伴っていた。

私たちはそれぞれの本震後 1 ヶ月以内に発生した余震の数を数えている。改良大森公式(式(1))の定数 c 及び p が全ての地震群で共通であるならば、時間間隔の差が、一定の比率で、余震数が増えたり減ったりする。Utsu (1969)によると、式(1)中の平均の p 値は 1.3 であり、平均の c 値は 0.3 日である。私たちは時間間隔を 1 ヶ月に設定する。もし短すぎれば、

余震数が小さくなりすぎる。反対に長すぎると、私たちはバックグラウンド活動による地震も数えるかもしれない。地震が双子地震の時は、1 ヶ月の期間を 2 つめの地震から数える。

近隣地域でのバックグラウンド活動を避けるため、私たちは計算した余震域の中で余震を数える。この面積 A は Utsu and Seki (1955) の式 $\log A = 1.02 M - 4$ で計算する。私たちはこの式のマグニチュード M にモーメントマグニチュード M_w を使用する。気象庁マグニチュードは $M_w \geq 7 \frac{1}{2}$ の地震で過小評価されるからである（例：Utsu, 1982）。Tajima and Kanamori (1985) は、モーメントマグニチュードを Utsu - Seki 式に適用可能であることを示唆した。私たちは長さ と 幅 の比が 2:1 である長方形の領域を仮定した(図 2 を参照)。私たちはマグニチュードの閾値を 4.5 に設定した。マグニチュード 4.5 以上の余震数のみ数えた。各地震群について、余震の累積数を気象庁マグニチュードを軸にしてプロットし、全ての場合について検出のマグニチュードの閾値は 4.5 未満と仮定した。地震 8 についてはマグニチュード 4.5 を超える余震が発生しなかった。私たちはグーテンベルク・リヒター関係式、即ち $\log N = a - bM$ を、観察したマグニチュード頻度の図に近似させることで、余震数 N を見積もった（図 3 参照）。 b 値は 1.0 を仮定し、この地震の余震数は 0.6 になるよう評価した。このようにして数えた全ての余震数を表 1 に挙げる。

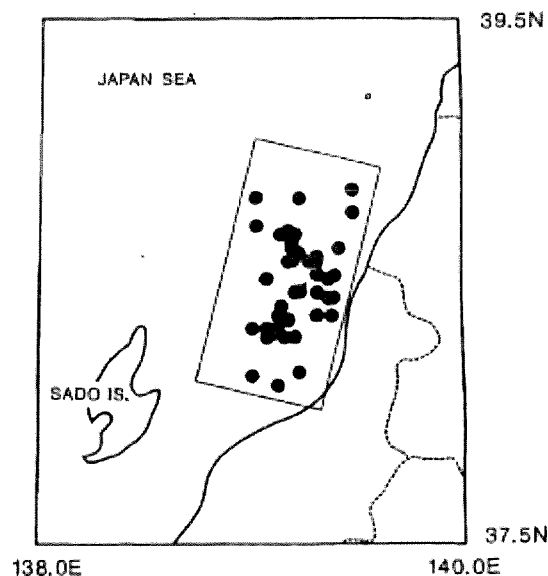


図 2 地震 1 についてのマグニチュード 4.5 以上の余震分布。長さの幅に対する比が 2:1 の長方形の面積内で数を数えている。それは実線で示している。

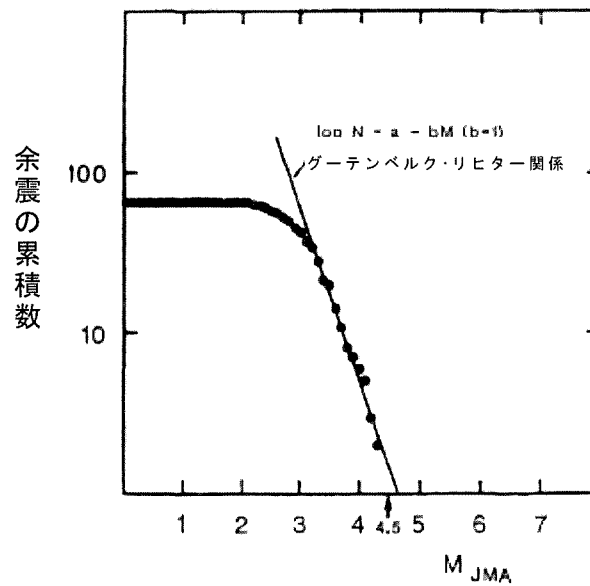


図3 地震8の後1ヵ月以内に発生したマグニチュード M_J 以上の余震の累積数(N)。直線はグーテンベルク・リヒター関係式 $\log = a - bM$ を示す。この地震についてはマグニチュード4.5以上の余震が記録されていないため、私たちは上記関係式を利用して、マグニチュード4.5以上余震の予測数を算定した。

表1 本震とその余震数

番号	発生年月日	M_J^{*2}	深さ ^{*2}	M_0^{*2}	N^{*2}	種類 ^{*3}	地域	参考文献 ^{*4}
1	1964.6.16	7.5	40.0	$3.2E27$	43	A	新潟	AB1
2	1968.4.1	7.5	30.0	$1.8E27$	3	E	日向灘	SH
3	1968.8.6	6.6	40.0	$2.1E26$	4	A	豊後水道	SH
4	1969.8.12	7.8	30.0	$2.2E28$	76	E	北海道東方沖	AB2
5	1969.9.9	6.6	0.0	$3.5E25$	6	A	岐阜・長野	MI
6	1970.7.26	6.7	10.0	$4.1E2$	4	E	日向灘	SH
7	1974.5.9	6.9	10.0	$5.9E25$	1	A	伊豆沖	AB3
8	1978.1.14	7.0	0.0	$1.1E26$	0.6	A	伊豆大島	SS
9	1978.2.20	6.7	50.0	$7.0E25$	5	A	宮城沖	CMT
10	1978.6.12	7.4	40.0	$3.4E27$	9	E	宮城沖	CMT
11	1979.2.20	6.5	0.0	$3.5E25$	2	E	三陸沖	CMT
12	1980.2.23	6.8	30.0	$5.6E26$	8	E	千島列島	CMT
13	1980.3.3	6.7	20.0	$3.4E25$	7	A	沖縄	CMT
14	1980.6.29	6.7	10.0	$4.1E25$	4	A	伊豆大島近海	CMT
15*1	1981.1.19	7.0	0.0	$4.2E26$	6	E	宮城沖	CMT
	1981.1.23	6.6	0.0					CMT
16	1981.9.3	6.5	30.0	$7.5E25$	1	A	千島列島	CMT
17	1982.3.21	7.1	40.0	$2.6E26$	18	A	浦河沖	CMT
18	1982.7.23	7.0	30.0	$3.9E26$	9	E	茨城沖	CMT
19	1983.5.26	7.7	14.0	$4.6E27$	65	A	秋田沖	CMT
20	1983.6.21	7.1	6.0	$1.9E26$	7	A	青森沖	CMT
21	1984.3.24	6.8	40.0	$6.4E26$	5	E	択捉近海	CMT
22	1984.8.7	7.1	33.0	$2.9E26$	1	E	宮崎沖	CMT
23	1984.9.14	6.8	2.0	$2.6E25$	10	A	岐阜・長野	CMT
24	1984.9.19	6.6	13.0	$2.1E26$	7	A	房総沖	CMT
25	1987.2.6	6.7	35.0	$1.3E26$	1	E	福島沖	CMT
26	1987.3.18	6.6	48.1	$1.2E26$	4	A	宮崎沖	CMT
27	1987.4.7	6.6	44.0	$2.2E26$	4	E	福島沖	CMT
	1987.4.23	6.6	46.8					CMT

*1 双子地震。*2 M_J : JMA マグニチュード、深さ: 震源深さ(km)、 M_0 : 地震モーメント(dyne·cm)、 N : JMA マグニチュードが 4.5 以上の余震の観察数、本震後 1 ヶ月以内に発生したもの。*3 E はプレート間地震、 A はプレート内地震。*4 参考文献

マグニチュードの閾値が 4.5 とする時は、グーテンベルク・リヒター関係式を外挿すること、マグニチュード 4.5 以上の余震数も見積もった。しかしこれは、対数スケールを使用しているため、余震数が大きい時、大きな誤差を引き起こすことがある。以下の分析で、私たちはそのような地震は用いなかった。1978 年択捉近海地震のシーケンスがその例である。このデータは本論文の後の方で検証する。以下で、私たちは重み付けをした最小二乗法を用いて経験的なスケーリング則を得た。余震数 N の対数値の分散は、以下より得られる。

$$\begin{aligned}\text{Var}[\log N] &= \left(\frac{\partial \log N}{\partial N} \right)^2 \text{Var}[N] \\ &= \frac{\text{Var}[N]}{(N \ln 10)^2} \\ &= \frac{1}{N (\ln 10)^2}.\end{aligned}$$

余震群は非定常ポアソン過程でモデル化できる (Lomnitz and Hax, 1966) ので、余震数の分散はその数自体に等しいと仮定した。よって、 $\log N$ の分散はその数の逆数に比例する。上記の重み付けの方法は余震数を計算する精度に何の関係もないことに注意すること。精度は余震数と独立と仮定する。大きい数字により大きな重み付けをすることは、2 つの要因の効果を組み合わせた結果である。一つ目は数自体ではなく数の対数を考慮しているということである。よって、それ自体の標準偏差ではなく、観測値の相対偏差が重要になる。二つ目は、ポアソン過程自体の性質であり、分散 σ^2 は平均頻度 μ に等しいというものである。ある時間間隔中の地震発生の平均頻度が μ の時、私たちは $\mu \pm \sigma$ 、つまり $\mu \pm \sqrt{\mu}$ 回の揺れを当該時間間隔中に観測することが期待できる。よって相対偏差は $\sqrt{\mu}/\mu$ 、即ち $1/\sqrt{\mu}$ であり、これは μ が小さい時大きくなる。

3. 余震数と本震の地震モーメント

図 4 は表 1 に挙げた全ての余震シーケンスに対する、余震数の対数と本震の地震モーメントの対数の間の関係を表している。○はプレート間地震であり、●や▲はプレート内地震である。図は、プレート間地震の余震数がプレート内地震のものと比べ全体に少ないことを示唆している。図内の直線は経験的アプローチに基づき書いたもので、後のセクションで説明する。

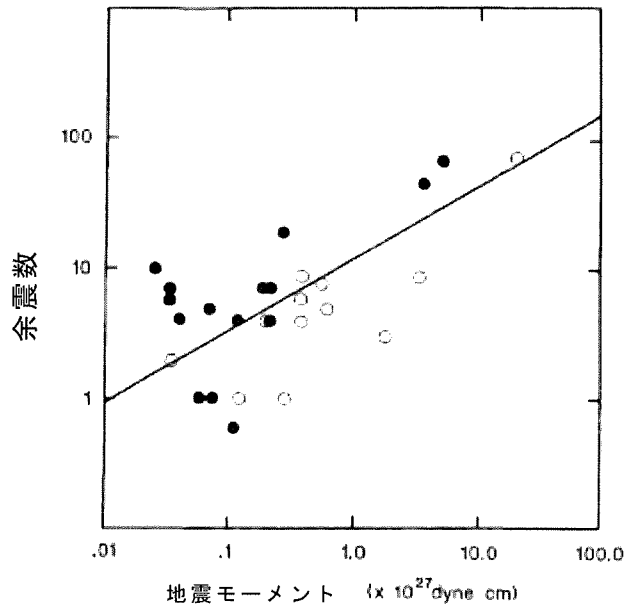


図 4 余震数の対数を表 1 に挙げた全ての本震について地震モーメントについてプロットしたもの。○はプレート間地震、●はプレート内地震。直線は $\log N = 2/3 b \log M_0 - 14.2$, where $b = 0.85$, の関係を示す。ここで $b = 0.85$ であり、Utsu (1969) が提案した標準余震シーケンスから得ている。

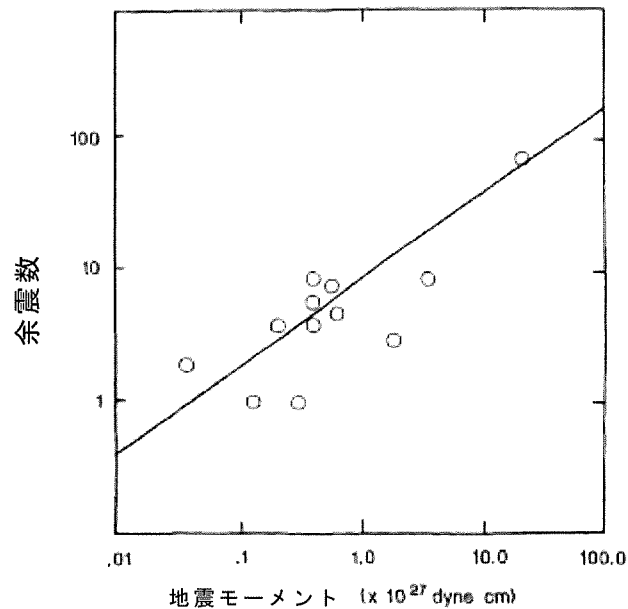


図 5 プレート間地震の余震数の対数を地震モーメントについてプロットしたもの。傾き $2/3$ の最良の近似直線を図に示す。

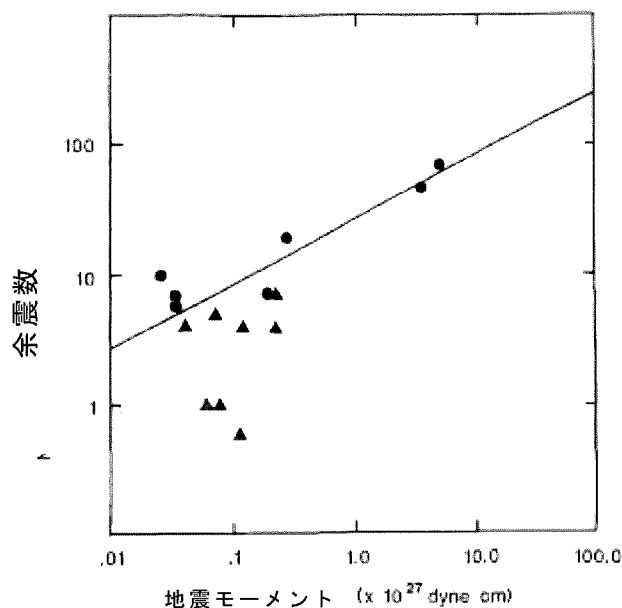


図 6 プレート内地震の余震数の対数を地震モーメントについてプロットしたもの。傾き $1/2$ の最良の近似直線を図に示す。●は陸のプレート内地震、▲は海のプレート内地震。2つのグループ間で全体的に違っていることについて、考察で論じている。

図 5 及び 6 は $\log N$ と $\log M_0$ の関係をプレート間地震及びプレート内地震それぞれについてプロットしたものである。重み付けした最小二乗法により、余震数の対数と地震モーメント(単位 $\text{dyne} \cdot \text{cm}$)の対数との間で回帰直線を得た。プレート間地震については

$$\log N = 0.66 \log M_0 - 16.86 \quad (2)$$

また、プレート内地震については

$$\log N = 0.51 \log M_0 - 11.54 \quad (3)$$

となった。プレート内地震については、最良適合している線よりかなり下にある地震がいくつか存在する。余震数が少ないため、それら地震の重みが非常に小さい。陸のプレート内地震(図 6 で●で表示)と同じく海洋プレート内のもの(▲)との間では、全体に違いがあるように見える。この点は後に考察する。

2つのグループについて得られた傾きは異なる。二つの傾きの違いが有意かどうか試験を行った。傾きの 95%信頼区間は、プレート間地震について $0.66 \pm 0.044 (0.62 \sim 0.70)$ 、プレート内地震について $0.51 \pm 0.037 (0.47 \sim 0.55)$ であった。この結果は、2つのグループの差は統計的に有意であることを示している。

プレート間地震の最良適合した線の傾きは $2/3$ に非常に近く、プレート内地震については $1/2$ に非常に近い。よって、私たちはプレート間地震及びプレート内地震について、傾きをそれぞれ $2/3$ 及び $1/2$ に固定することで関係を得ることとする。得られた関係は、プレート間地震については

$$\log N = \frac{2}{3} \log M_0 - 17.05 \quad (4)$$

であり、プレート内地震については

$$\log N = \frac{1}{2} \log M_0 - 12.08 \quad (5)$$

4. スケーリング則

前のセクションの結果は、余震の対数は本震の地震モーメントとスケーリングされるが、日本のプレート間地震とプレート内地震では傾きが違うことを示している。本セクションでは、まず、日本のプレート間地震とプレート内地震では、断層面積と地震モーメントに対する関係において似たようなスケーリングの違いが観察できることを示す。最後に余震数のスケーリングの違いが断層面積のスケーリング則の違いを反映している事を示す。

大規模地震の断層面積と地震モーメントの間のスケーリング則はよく知られている。Kanamori and Anderson (1975)は $M \geq 6.0$ の地震について $\log M_0 \sim 1.5 \log S$ が成り立つことを示した。彼らはまた、断層の幅とすべり量が長方形の断層の断層長さとしてスケーリングされることを示唆する類似性を導入した。

地震モーメント M_0 は断層面積とすべり量の積に比例するため、断層面積と地震モーメントの間のスケーリング関係は $M_0 \propto S^{3/2} \propto L^3$ と表すことができる。ここで L は断層長さである。

一方、Shimazaki (1986) は日本の大規模なプレート内地震についてスケーリング則 $M_0 \propto L^2$ を提案した。大規模なプレート内地震の断層幅 W ($M_0 \geq 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne} \cdot \text{cm}$) は地震発生層の厚さに限定されるため、断層幅は断層長さとはスケーリングされない。よって、すべり量のみが断層長さに比例することがわかり、 $M_0 \propto L^2$ を得る。

日本のプレート間地震とプレート内地震について、地震モーメント(単位 $\text{dyne} \cdot \text{cm}$)と断層面積(単位 km^2)の間の関係を再計算した。プレート間地震については、震源パラメータがわかっている地震(付録の図 A1 参照)を使って、以下の関係を得た。

$$\log S = \frac{2}{3} \log M_0 - 14.87 \quad (6)$$

Sato (1979)は、Kanamori and Anderson (1975)がまとめたプレート間地震とプレート内地震に対して、ほぼ同じ関係を得た。プレート間地震について L と W の相似則を導入すると、式(6)は $M_0 \propto S^{3/2} \propto L^3$ と解釈できる。

プレート内地震については、Shimazaki (1986)は断層長さ(単位 km)と大地震のプレート内地震の地震モーメントとの間に以下のような経験的な関係を得た。

$$\log L = 0.524 \log M_0 - 12.44 \quad \text{for } M_0 \geq 7.5 \times 10^{25} \text{ dyne} \cdot \text{cm} .$$

彼の得た傾きは約 0.5 である。もう一度、傾きを 0.5 に固定して、以下の関係(図 7 参照)を得た。

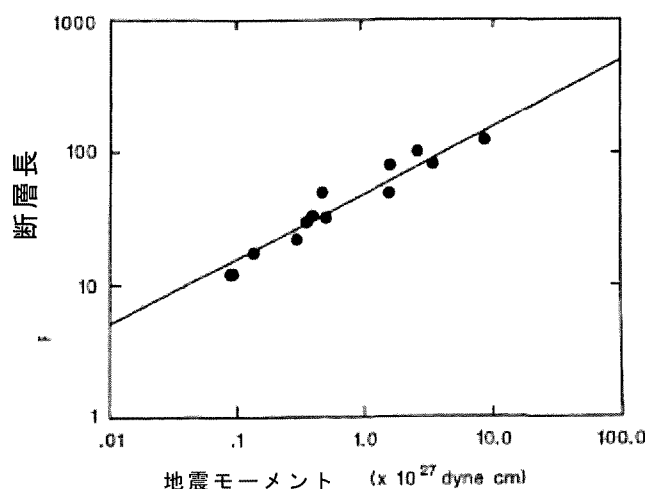


図 7 断層長さの対数をモーメントが 7.5×10^{25} dyne·cm を超える地震の地震モーメントについてプロットしたもの。Shimazaki (1986)と同じデータセットを使用。傾き 1/2 の最良の近似直線を図で示した。

$$\log L = \frac{1}{2} \log M_0 - 11.79. \quad (7)$$

これらの結果は、地震モーメントがプレート間地震については断層長さの 3 乗に比例して、プレート内地震については断層長さの 2 乗に比例することを示唆している。

(4)と(5)と比例して上記(6)及び(7)の関係を比較すると、(4)式及び(5)式の傾きの違いは、プレート間地震とプレート内地震の間のスケーリング則(6)(7)における違いを反映しているという結論が自然と導かれる。

(4)と(6)の関係は、余震数及び断層面積双方の対数は地震モーメントの対数に比例しており、2つの比例定数はいずれも同じ 2/3 であることを示している。よってプレート間地震については、余震数は断層面積に比例する。私たちは以下の関係を(4)及び(6)から得る。

$$\log N = \log S - 2.18. \quad (8)$$

(5)と(7)を用いると、プレート内地震に関して同じような結果を得ることもできる。

$$\log N = \log L - 0.29. \quad (9)$$

この関係は、プレート内地震の場合、余震数は断層長さに比例することを示す。地震発生層の厚さにより断層幅が飽和する時、断層長さは断層面積に比例することになるので、断層幅 W を用いて(9)式を書き換えると以下のようなになる。

$$\log N = \log \frac{S}{W} - 0.29 = \log S - \log W - 0.29.$$

この関係は、プレート内地震についても、余震数が断層面積に比例することを示す。プレート内地震の断層幅は通常 15~20km であるが、時に縦ずれ断層については 30km ほどになることもある。断層幅は 15~30km の範囲と仮定すると、上記の関係は以下のように書き換えられる。

$$\log N = \log S - (1.47 \sim 1.77). \quad (10)$$

5. 余震数の面積密度

前セクションで得られたプレート間地震及びプレート内地震の余震数と余震面積の関係から、余震の平均面積密度を計算することができる。

プレート間地震については、式(8)から計算した面積密度は $7.2 \times 10^{-3}/\text{km}^2$ である。プレート内地震については、断層幅を 15~30km と仮定して、得られた式(10)から面積密度を計算する。プレート内地震の面積密度は $3.4 \sim 1.7 \times 10^{-2}/\text{km}^2$ と見積もられる。これら面積密度は、本震発生後 1 ヶ月以内に発生し、JMA マグニチュードが 4.5 以上の余震を用いていることに注意する。プレート間地震とプレート内地震の面積密度の違いは後で検討する。

6. 経験的アプローチ

このセクションでは、経験的アプローチについて述べるとともに、私たちのアプローチで得た、似ているが異なる結果を示す。そうすることは、本研究の私たちの新しいアプローチと従来の経験的アプローチとの間の基本的な違いを理解するために役立つだろう。

図 4 の直線は、下に書く経験式に基づき得た式である。余震数が改良大森公式、つまり式(1)に従うと仮定する。Utsu (1969)はグーテンベルク・リヒター式が余震群にも当てはまることを示した。彼は「標準的な」余震シーケンスに以下の式を提案した。本震の t 日後に発生する余震数は以下で表される。

$$n(t) dt = \frac{10^{b(M_1 - M_{th}) - a}}{(t+c)^p} dt \quad (11)$$

$$a=1.83; \quad b=0.85;$$

$$c=0.3; \quad p=1.3$$

ここで M_1 は本震のマグニチュードで M_{th} は余震のマグニチュードの閾値である。式(11)において、0.85 は日本の余震群について観測されたグーテンベルク・リヒター式の b 値の平均、1.3 は観察された p 値の平均、0.3 は観察された c 値の平均である(単位は日)。式(11)より、 t 日以内の余震の全数は以下の式で表される。

$$N = \int_{t_1}^{t_2} n(t) dt = \begin{cases} \left[-\frac{10^{b(M_1 - M_{th}) - a}}{(p-1)(t+c)^{p-1}} \right]_{t_1}^{t_2} & \text{when } p \neq 1 \\ [10^{b(M_1 - M_{th}) - a} \log |t+c|]_{t_1}^{t_2} & \text{when } p = 1. \end{cases}$$

本研究でマグニチュードの閾値は 4.5 に設定し、1 カ月の期間を使用している。これらの値を上記の式に代入し、 $\log M_0 = 1.5 M_1 + 16.1$ (Kanamori, 1977)を用いると、余震数と本震の地震モーメントの関係式を得られる。観察された c 値及び p 値の平均値を利用し、従来の経験的関係から得られた式は、

$$\begin{aligned} \log N &= \frac{2}{3} b \log M_0 - 17.06 b + 0.55, \\ b &= 0.85. \end{aligned} \quad (12)$$

上記の関係が図 4 に示されている。

余震数の対数値と地震モーメントの対数値の間の比例定数は、c 値や p 値とは独立しているが、b 値には依存する。プレート間地震とプレート内地震との余震群の b 値の間に系統的な違いがある場合、前セクションで述べた比例定数の違いがあったことを説明できるかもしれない。

しかしながら、b 値の系統的な違いは幅広く、日本で起きる地震の余震群を対象にした b 値を評価した Utsu (1969)では見られていない。私たちは本研究で使用した、余震群の b 値の算定も試みる。サンプル数が少ないため、算定時の誤差は比較的大きく、プレート間地震とプレート内地震の b 値の間に系統的な違いは見られなかった。よって傾きの違いは b 値の違いによるものではないと結論づけることができる。

7. 標準的な余震群の余震数

Utsu (1969)は 1 日当たりの標準的余震発生率として式(11)を提案した。式(11)はプレート間地震とプレート内地震の違いを説明していない。本セクションでは余震発生率の新しい式を提案する。

前項で、余震の数は断層面積に比例することを見てきた。グーテンベルク・リヒター関係を仮定し、改良大森公式を利用すると、私たちが得た結果を提案する。

$$n(t) dt = \frac{kS 10^{-bM_{th}}}{(t+c)^p} dt, \quad (13)$$

ここで $n(t)$ は本震後 t 日後発生する余震数、 S は断層面積(単位 km^2)、 M_{th} はマグニチュードの閾値、 b 、 c 、 p はそれぞれ b 値、 c 値及び p 値である。定数 k はプレート間地震とプレート内地震の間で異なる。

期間を 1 ヶ月、マグニチュードの閾値を 4.5 とし、 b 値、 c 値及び p 値として 0.85、0.3、1.3 を仮定すると、 k の値を得る。プレート間地震の場合 $k=13.44$ 、プレート内地震については $k=31.74 \sim 63.47$ である。

8. 議論

Yamashita and Knopoff (1987)は、大森公式について、余震発生 の 2 つのモデルのどちらかの結果として説明できることを示した。彼らはモデルⅠにおいて、本震の断層表面上の固定されたパッチが余震を発生させると仮定している。これらは「バリア」、つまり破壊されていないままの断層面部分を表すようである(Das and Aki, 1977)。モデルⅡでは、彼らは本震の断層面積の周囲をとりまく、小さな独立した断層が余震を発生させると仮定している。もしモデルⅠが保持されて、固定パッチの平均面積密度が一定の場合、余震数は本震の断層面積に比例関係となる。一方、モデルⅡを採用し、本震の断層の縁に沿っている、衛星のような断層の線密度が一定だとすると、余震数は断層長さに比例するようになる。私たちの結果はモデルⅠに一致している。というのも余震数が本震の断層面積に比例するからである。

この研究で、日本では本震後の系統的な地域の差はないと仮定した。Tsuboi et al. (1988)は日本で発生した余震数の空間的変動を評価しているが、ある種の違いが見つかる可能性がある。彼らは、Singh and Suarez (1988)が提案したように、プレート表面のカップリング強度の違いで、それが発生する可能性があるとし唆した。

局所的な変動の代わりに、海のプレート内地震と陸のプレート内地震の余震数の間に系統的な差があるか調べるのは有意義かもしれない。地震 3、7、8、9、14、16、24、26 は海のプレート（太平洋プレートやフィリピン海プレート）内で発生した地震である。それらは図 6 の中で▲で、また陸で発生した地震は●で表示した。二つのグループでの全体的な違いに注意しなければならない。特に 3 つの地震（地震 7、8、16）の余震数は、図 6 において回帰直線より下側になっている。地震 7、8 は伊豆半島近くのフィリピン海プレートの中で発生している。また、1930 年北伊豆地震の余震数について、この地震はフィリピン海プレートの伊豆半島の中で発生したものであるが、それもまた非常に小さいことに注意するとおもしろい。この地震の地震モーメントは $2.7 \times 10^{26} \text{ dyne} \cdot \text{cm}$ であり、本震後 1 ヶ月以内に発生したマグニチュード 4.5 以上の余震は 3 回しか発生しなかった。しかし、(5)から予測される余震数は 13.7 である。

陸のプレート内地震のみを使う場合、重み付けした最小二乗法を用いて、(3)の代わりに以下を得る。

$$\log N = 0.43 \log M_0 - 10.00$$

比例定数は 0.5 に近く、プレート間地震の値 2/3 からは全く異なっている。よって、陸のプレート内地震のみ使う場合には、私たちの結論は変わらない。海のプレート内地震については、全ての地震の地震モーメントが $3 \times 10^{26} \text{ dyne} \cdot \text{cm}$ を下回ることから、何らかの関係を実際に導出できない。

前章で示したように、本震の断層面上の余震の面積密度は、プレート内地震の方がプレート間地震のものより大きな値である。さらに、本章で、陸のプレート内地震の面積密度は系統的に海のプレート内地震のそれよりも大きいことが示唆された。もし、Yamashita and Knopoff (1987)のモデルⅠに説明されるように、地震後も破碎していない強いパッチのバ

リア(Das and Aki, 1977; Mikumo and Miyatake, 1978)が余震を発生させる場合、上記結果は、プレート間地震とプレート内地震の間で、また陸のプレート内地震と海のプレート内地震の間で、破壊プロセスに本質的な違いがあることを示す。陸のプレート内地震は応力が乱れる過程において最も効果的と示唆される(Aki, 1984)。反対に上記結果は、陸のプレート内地震発生後、断層面積が最も不均質になることを示唆する。

断層面はしばしば余震分布から決定されるため、私たちの結果は余震数が余震面積に比例することを反映しているだけかもしれないと主張する方がいるかもしれない。実際、Seino (1984)や Ogata (1989)は、余震数は余震領域に比例すると示唆した。だが、基礎物理がこの比例関係にある場合、余震数の対数と本震の地震モーメントの対数との間にある経験的関係において、2つの異なる比例定数を得たのはなぜか、説明は難しいだろう。

最小二乗法で導入した重み付けの方法のため、私たちの結果が、余震数が最大の単一地震に依存しすぎていると主張する方がいるかもしれない。この主張は図5で示すプレート間地震に対しては有効と思えるが、プレート内地震については根拠がない。それぞれの地震のデータセットの最大地震を除いたデータを利用する、私たちはプレート内地震の傾きとして0.45を得ている。これは1/2に近い。だがプレート間地震についての傾きは0.26であり、2/3とは大分異なっている。

しかしプレート間地震の傾き2/3を支持する証拠は、信頼性が低いとして私たちが捨て去ったデータセットに由来している。図8において上記分析に使用しなかった3つのデータセットもまた、△でプロットしてある。これらデータ点は2/3の傾きに良く合致しているように見える。実際、図8で全ての地震を利用して、最小二乗法で傾き0.69を得ている。3つの新しい点のうち2つは1968年十勝沖地震(図8でTと記載)と1973年根室沖地震(N)の余震群であり、これらは最大余震の地震モーメントが利用できないが、最大余震と本震のマグニチュードの違いは0.6以下である。本震と最大余震のモーメントを合計する代わりに、本震の地震モーメントを使っている。さらに、これら余震のマグニチュードの閾値は4.5より若干大きい。3番目のデータ点(E)は1978年択捉近海地震を表している。この地震のマグニチュードの閾値は4.8~5.1である。私たちはグーテンベルク・リヒター関係の外挿を主観的だとして試みなかった。よって、観測された余震数をプロットした。

9.まとめ

私たちは日本で発生した大地震の余震数と震源パラメータの関係について調査した。そして以下の結果を得た。

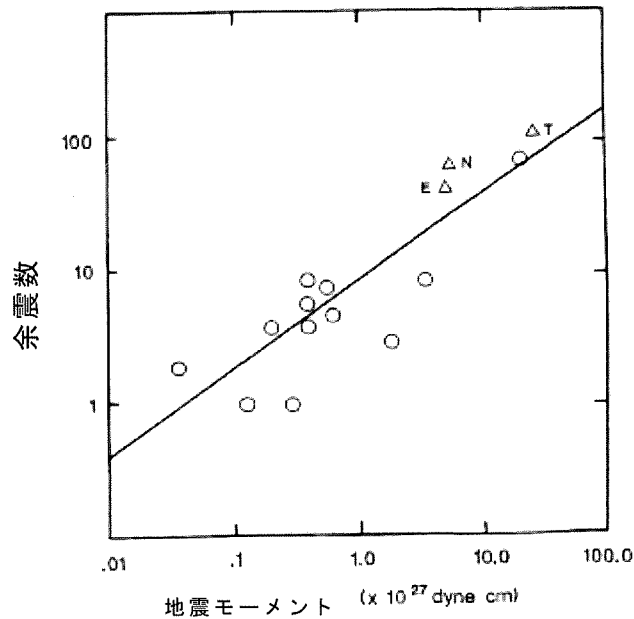


図8 3点を追加した以外は図5と同じ。追加した3点は△で示している。T、N、Eはそれぞれ、1968年十勝沖地震、1973年根室沖地震及び1978年択捉近海地震の余震シーケンスを表している。

日本で本震発生後1ヵ月以内に発生したマグニチュード4.5以上の余震数は、断層面積に比例しており、以下で与えられる。

プレート間地震については $N = 7.2 \times 10^{-3} S$ 、及びプレート内地震については $N = 1.7 \sim 3.4 \times 10^{-2} S$

比例関係は、パッチ密度が一定の場合、余震がまだ破壊されていない強いパッチで、または本震の断層面上のバリアにより発生するという仮説に一致している。

プレート間地震とプレート内地震のスケール関係の間での違いを反映し、余震数と地震モーメントの間関係は以下のように得られる。

プレート間地震については

$$\log N = \frac{2}{3} \log M_0 - 17.05$$

及びプレート内地震については

$$\log N = \frac{1}{2} \log M_0 - 12.08$$

さらに、標準的な余震発生率を提案し、式(13)に示した。

プレート内地震における本震断層上の余震の面積密度は、プレート間地震のそれより数倍大きい。これは、プレート内地震の本震後の断層面が、プレート間地震の場合と比べ、より不均質なことを示している可能性がある。さらに、陸のプレート内地震の方が、海のプ

レート内地震よりもややより不均質であるかもしれないことを示している。

原稿を注意深く読んで価値ある示唆を下さった T. Yamashita 教授に感謝申し上げます。また、K. Abe 教授、T. Miyatake 博士、D. Weichert 博士には、原稿に関し有益なコメントを頂いたことについて感謝申し上げます。

付録

私たちは、表 A1 のデータセットを用いて、日本のプレート間地震地震のスケーリング則を得た。表は、日本における、震源パラメータが既知のプレート間地震の全てを示している(Sato et al. 1989)。断層面積は、断層長さ×幅の積として計算した。地震が多重震源だった場合、全ての小断層の面積の和を用いた。図 A1 は断層面積と地震モーメントの間の関係を示している。回帰直線を最小二乗法により求めた。

$$\text{Log } S = 0.67 \log M_0 - 14.96$$

表 A1 日本におけるプレート間地震の断層面積及び地震モーメント

発生年月日	断層面積 (10 ³ km ²)	地震モーメント (dyne·cm)	発生地域
1498.9.20	17.60	7.0E28	(明応)東海
1605.2.30	31.00	1.2E29	(慶長)東海
1611.12.2	12.25	6.9E28	(慶応)三陸
1707.10.28	49.55	1.5E29	(宝永)東海、南海道
1793.2.17	3.60	6.3E27	(寛政)宮城沖
1854.12.23	23.05	4.6E28	(安政)東海
1854.12.24	28.50	8.1E28	(安政)南海道
1856.8.23	8.40	3.1E28	(安政)八戸沖
1896.6.15	10.50	5.9E28	(明治)三陸
1897.8.5	3.60	5.7E27	(明治)宮城沖
1923.9.1	4.46	8.0E27	関東
1931.3.9	3.00	1.0E27	八戸沖
1935.7.11	0.07	2.2E25	静岡
1938.5.23	3.00	4.0E27	塩屋沖
1938.11.5	6.00	7.0E27	塩屋沖
1938.11.5	6.00	4.8E27	塩屋沖
1938.11.6	3.83	3.8E27	塩屋沖
1938.11.7	4.28	3.2E27	塩屋沖
1952.3.4	13.00	2.6E28	十勝沖
1958.11.7	12.00	4.4E28	択捉沖
1961.8.12	1.00	4.2E26	釧路沖
1963.10.13	37.50	7.5E28	択捉沖
1965.3.17	0.18	5.0E25	青森東方沖
1965.3.29	0.15	5.5E25	青森東方沖
1968.4.1	1.79	1.8E27	日向灘
1968.5.23	0.07	1.3E25	岩手沖
1968.11.11	0.06	7.5E24	三陸沖
1969.8.12	15.30	2.2E28	北海道東方沖
1970.5.28	0.05	9.0E24	岩手沖
1970.7.2	0.74	4.1E26	日向灘
1973.6.17	6.00	6.7E27	根室沖
1978.6.12	2.07	3.1E27	宮城沖
1982.7.23	0.60	2.8E26	茨城沖

*全てのデータは Sato et al, (1989)より取った。

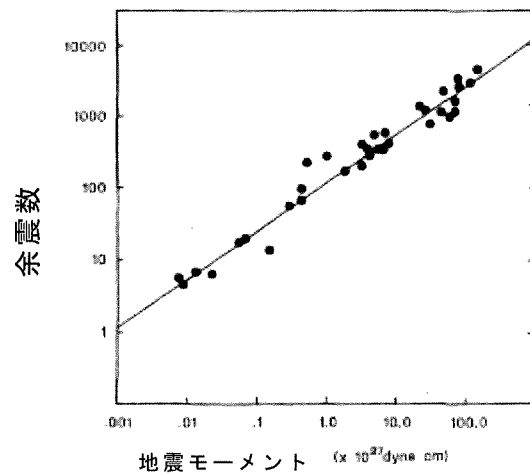


図 A1 表 A1 に上げられた地震について、断層面積の対数を、地震モーメントに対してプロットした図。直線は、傾き 2/3 の最も良い近似直線を示している。

この回帰直線の傾きは 2/3 であることから、傾きを 2/3 に固定して最小二乗法により最も良く合う回帰曲線を得る。

$$\log S = \frac{2}{3} \log M_0 - 14.87 .,$$

この結果を表 A1 に示す。